ORSAY
Série A, n°
N° d'ordre :

1216

THÈSES

PRESENTEES,

AU CENTRE D'ORSAY

UNIVERSITÉ PARIS-SUD

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Francisco CAMPI-BENET

1re THESE. — Etude de noyaux finis dans l'approximation de densité locale.

2e THESE. — Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 20/12/1973 **devant la Commission d'examen**

MM. M. JEAN Président.

M. VENERONI
J. YOCCOZ
V. GILLET
D. W. SPRUNG
} Examinateurs.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548022_0018

ORSAY
Série A, n°
N° d'ordre :

1216

THÈSES

PRESENTEES,

AU CENTRE D'ORSAY

UNIVERSITÉ PARIS-SUD

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Francisco CAMPI-BENET

1re THESE. — Etude de noyaux finis dans l'approximation de densité locale.

2e THESE. — Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 20/12/1973 devant la Commission d'examen

MM. M. JEAN Président.

M. VENERONI
J. YOCCOZ
V. GILLET
D. W. SPRUNG
} Examinateurs.

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

REMERCIEMENTS

C'est en qualité d'Attaché de Recherches au Centre National de la Recherche Scientifique que j'ai pu mener à bien ce travail.

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur M. Jean de m'avoir accueilli à la Division de Physique Théorique de l'Institut de Physique Nucléaire d'Orsay et d'avoir contribué de façon importante à mon initiation en Physique Théorique.

Je voudrais exprimer toute ma reconnaissance à Monsieur M. Vénéroni. L'intérêt qu'il a porté à cette étude, ses critiques et ses conseils m'ont été extrêmement précieux.

Le présent travail, suggéré par Monsieur le Professeur D.W.L. Sprung, a été réalisé avec lui dans un climat d'amicale et féconde collaboration, pour lequel je lui exprime toute ma gratitude.

Je remercie Monsieur le Professeur J. Yoccoz et Monsieur V. Gillet de l'intérêt qu'ils ont manifesté pour cette étude en acceptant de faire partie du jury.

Je suis très reconnaissant à Monsieur D. Vautherin de m'avoir fourni un programme de résolution numérique des équations de Hartree-Fock, qui a constitué le point de départ de celui avec lequel ont été obtenus les principaux résultats du présent travail. Ses remarques et ses conseils m'ont également été très utiles.

Je tiens aussi à exprimer ma reconnaissance à Monsieur J. Martorell pour sa précieuse collaboration dans les dernières étapes de ce travail.

J'ai beaucoup profité des discussions que j'ai eues avec MM. J. Negele, I. Sick et L. Wilets.

Ce travail a été grandement facilité par le climat d'amicale collaboration qu'ont su faire régner les membres de la Division de Physique Théorique. Je voudrais particulièrement remercier Mademoiselle M.J. Giannoni et Messieurs M. Beiner, A. Bouyssy, O. Bohigas, H. Flocard, R. Lombard, Nguyen Van Giai et P. Quentin.

Je tiens à remercier le Bureau de Calcul de la Division de Physique Théorique pour l'aide qu'il m'a apportée lors de la réalisation des nombreux calculs numériques qu'a nécessités cette étude.

Madame C. Séguy a dactylographié le manuscrit avec beaucoup de soin et de rapidité. Je lui en suis extrêmement reconnaissant. Je remercie également Mademoiselle M. Dormeau pour la réalisation des nombreuses figures.

TABLE DES MATIERES

I - INTRODUCTION 1

II - L'INTERACTION EFFECTIVE DANS L'APPROXIMATION DE DENSITE LOCALE 4

1) Introduction 4
2) Introduction de l'approximation de densité locale 6
3) Définition d'interactions effectives dans la matière nucléaire 7
4) Les forces G-λ 11

III - UTILISATION DE LA FORCE EFFECTIVE DANS LES NOYAUX FINIS 18

1) Introduction 18
2) Définition des potentiels de Hartree-Fock 18
3) Choix de la dépendance en densité dans les noyaux finis 20
4) Définition de l'énergie de départ dans les noyaux finis 22
5) Résolution des équations de Hartree-Fock par la méthode des champs locaux équivalents 24
6) Les champs de Hartree-Fock 25
7) Correction du mouvement du centre de masse et de la taille finie du proton 33

IV - RENORMALISATION DE L'INTERACTION EFFECTIVE 36

1) Motivations du processus de renormalisation 36
2) Méthode de renormalisation 36
3) Influence de la renormalisation sur l'énergie de symétrie 37
4) Renormalisation optimale de la force G-0 dans les noyaux 39
5) Comparaison avec les résultats de la méthode de Brueckner-Hartree-Fock 41

V - RESULTATS POUR LES NOYAUX DOUBLEMENT MAGIQUES 44

1) Energies de liaison 44
2) Energies individuelles 46
3) Densités de charge 48

VI - RESULTATS POUR LES NOYAUX A COUCHES OUVERTES 55

1) Introduction 55
2) Masses des noyaux éloignés de la ligne de stabilité 56
3) Déplacements isotopiques de la densité de charge 58

VII - CONFIGURATIONS EXOTIQUES DES NOYAUX SPHERIQUES : NOYAUX "BULLES" 64

1) Introduction 64
2) Calcul des noyaux "bulles" avec la force G-0 64
3) Possibilité d'observation expérimentale des densités de type "bulle" 68

VIII - CONCLUSION 70

APPENDICES 72

A) Atomes μ-mésiques 72
B) Analyse en moments desdistributions de charge 75

REFERENCES 77

LEGENDE DES TABLES 83

TABLES 84

LEGENDE DES FIGURES 100

FIGURES 103

I - INTRODUCTION

Le modèle en couches de l'atome est une conséquence naturelle de la validité de l'approximation de Hartree-Fock, appliquée à l'interaction coulombienne. En physique nucléaire, l'intensité de la force à deux corps élimine probablement une justification aussi simple. Bien qu'il soit maintenant établi que les potentiels à coeur mou peuvent rendre compte de la diffusion nucléon-nucléon, la convergence de la série ordinaire de perturbations ne semble pas pour autant garantie. La théorie de la matrice de réaction de Brueckner (BL 55), dans laquelle l'interaction à deux corps est définie d'une manière self-consistante en tenant compte de la présence des autres particules, semble indispensable. Dans la matière nucléaire infinie, cette théorie est particulièrement simple, du fait que les états de particule sont décrits par des ondes planes, et le problème se réduit à l'obtention de la seule self-consistance dite de Brueckner. Le problème est beaucoup plus compliqué dans les noyaux finis, car le calcul des fonctions d'onde des particules indépendantes fait également intervenir la self-consistance de Hartree-Fock. Des calculs complets de ce type ont été réalisés récemment (DKB 66, TD 68, Dav 69, DB 70, DM 71, DMS 72), mais en introduisant des approximations dont la validité reste à justifier. La plus critiquable est à notre avis l'utilisation d'un opérateur de Pauli fixe, défini sur la base de l'oscillateur et indépendant de la solution self-consistante. Des résultats assez décevants ont été obtenus par cette méthode et ce au prix d'efforts de calcul numérique très considérables.

Aussi allons-nous utiliser et étudier dans le présent travail une autre approche faisant largement appel aux résultats obtenus plus simplement dans la matière nucléaire. L'approximation de densité locale (LDA), introduite par Brueckner, Gammel et Weitzner (BGW 58) permet de scinder le problème de la double self-consistance. Dans cette approximation on calcule en premier lieu la matrice G dans la matière nucléaire ; on impose ensuite dans les noyaux finis la self-consistance de Hartree-Fock en utilisant cette matrice G comme interaction effective.

Cette séparation des difficultés dues à la double self-consistance peut s'accomplir de plusieurs manières. La plus simple consiste à ignorer la self-consistance de Brueckner. C'est ainsi que des interactions effectives purement phénoménologiques ont été employées dans l'étude du problème de Hartree-Fock. Les calculs de Vautherin et Véneroni (VV 69) utilisant l'interaction de Brink et Boeker en sont un exemple. Plus proches de l'esprit de la théorie de BHF sont les calculs utilisant des forces effectives dépendant de la densité. L'interaction de Skyrme, utilisée initialement par Vautherin et Brink (VB 72) s'est révélée être particulièrement efficace grâce à la simplicité des calculs auxquels elle conduit. En ce qui concerne l'approximation de la densité locale, à laquelle nous revenons maintenant, des progrès considérables ont été accomplis depuis les premières tentatives de Brueckner et collaborateurs (BGW 58, BLR 61). Dans ces premiers calculs, la matrice G définie dans la matière nucléaire, était un opérateur non local dans l'espace des coordonnées, ce qui compliquait sérieusement la résolution des équations de Hartree-Fock. Une première simplification de cette méthode a été suggérée par Brandow (B 66), qui a proposé d'utiliser une force locale, mais dépendant du moment. D'une manière indépendante, Donnelly (Don 68), Bhaduri et Warke (BW 68) et Bethe, Negele (N 70) et Siemens (Si 70), ont proposé de moyenner sur la mer de Fermi la dépendance en moment de la force de Brandow, définissant ainsi une force purement locale, mais encore trop compliquée pour être manipulée aisément dans un calcul H.F.

Des progrès plus spectaculaires dans la voie de calculs pratiques utilisant la LDA ont été réalisés par Negele (N 70). Ce dernier a examiné la dépendance de l'interaction sur les nombres quantiques J, L, S et T, et a montré comment définir une interaction purement centrale conservant certaines propriétés de la matrice G initiale. La relative simplicité de cette interaction a permis pour la première fois à Negele d'examiner en détail le comportement de la LDA dans les noyaux doublement magiques. Cette même interaction a été plus récemment employée avec succès, sous une forme légèrement modifiée, par Zofka et Ripka (ZR 71) dans les noyaux déformés.

Une autre approche, moins ambitieuse, a été développée par Nemeth et Vautherin (NV 70). L'interaction effective est ici définie suivant un critère proposé par Bethe (B 68) qui impose simplement comme contrainte la reproduction de la courbe de saturation de la matière nucléaire. Cette interaction consiste en une force $\delta(r)$ qui dépend de la densité, plus une partie à longue portée (dans le sens de Moszkowski-Scott) qui est essentiellement la force de Reid pour une distance supérieure à 1 fm. Dans un article plus récent (NR 72), Nemeth et Ripka ont remplacé cette partie à longue portée par celle de la force de Negele-Siemens.

Sprung et Banerjee (SB 71) ont proposé une autre définition de la force effective. Cette force se présente sous la forme d'un développement en gaussiennes, dont les coefficients ont été ajustés pour reproduire au mieux à la fois les éléments de matrice diagonaux et le comportement radial de la force de Siemens-Negele. Dans chaque sous-espace de spin et isospin, la dépendance radiale de cette interaction locale est ajustée par une superposition de 5 gaussiennes, dont les portées varient entre 0.05 et 5. fm. Une paramétrisation de la forme $V_o + V_1 k_F^\alpha$ s'est avérée reproduire très correctement la dépendance en densité de la matrice G calculée avec le potentiel à coeur mou de Reid (R 68). Trois forces ont été définies pour les valeurs $\alpha = 1/2, 1., 3.$ La dépendance sur l'énergie de départ (starting energy) est simulée par une force de portée nulle. La force effective de Sprung-Banerjee nous paraît être une meilleure paramétrisation de la matrice G que celles proposées précédemment et constitue le point de départ de notre travail.

L'étape suivante de la LDA consiste à définir la self-consistance de Hartree-Fock, en tenant compte de la dépendance en densité de l'interaction. Cette dépendance fait apparaître dans les potentiels H.F. les termes dits de réarrangement. Ces termes ont une interprétation claire dans la matière nucléaire, où tout comme dans les noyaux finis, ils garantissent la validité du théorème de Koopman sur les énergies de séparation (K 34, BG 60).

Le but de ce travail étant essentiellement l'étude des noyaux sphériques et l'interaction effective étant locale, le système d'équations de Hartree-Fock a été résolu dans la représentation de coordonnées. Nous avons employé la méthode des champs locaux équivalents de Vautherin et Vénéroni (VV 68). Cette méthode est très supérieure du point de vue précision et rapidité à celle basée sur un développement des fonctions d'onde sur une base d'oscillateurs harmoniques.

L'interaction effective que nous avons définie constitue une paramétrisation de la matrice G qui ne tient compte que des diagrammes de corrélation à deux corps (diagrammes en échelle). Or, pour le potentiel de Reid, on a estimé que les amas à trois et quatre corps peuvent apporter de l'ordre de 2.5 ± 1.5 MeV par particule à l'énergie de liaison de la matière nucléaire. Il apparaît indispensable de tenir compte de ces contributions si l'on veut obtenir une description quantitative des propriétés des noyaux finis. Pour cette raison nous avons introduit une paramétrisation phénoménologique de ces termes. A l'aide de deux paramètres libres seulement il nous a été possible de reproduire un très grand nombre de propriétés des noyaux, ce qui montre bien le pouvoir prédictif de notre théorie. Par ailleurs, ces deux paramètres ont une interprétation physique puisqu'ils servent à corriger respectivement la densité et l'énergie de saturation dans la matière nucléaire.

Outre les différences entre les interactions utilisées, le présent travail diffère de celui de Negele (N 70) sur plusieurs points qui nous paraissent importants. Nous avons défini la densité locale comme la moyenne de la densité aux positions des deux particules en interaction, au lieu de prendre la densité de leur centre de masse. Cette définition nous a semblé plus réaliste, comme il sera expliqué au chapitre III, et dans la pratique conduit en outre à des équations de Hartree-Fock plus simples. Nous avons utilisé une force spin-orbite de portée nulle, comme dans le travail de Negele, mais nous n'avons pas négligé sa contribution au champ central. (Ce terme s'avère par exemple indispensable pour décrire la différence de masses entre le ^{40}Ca et ^{48}Ca). Il existe aussi une différence dans le traitement de la dépendance en énergie. Dans la comparaison de l'énergie d'un noyau avec celle de la matière nucléaire nous avons pris soin d'inclure dans les deux cas les termes de réarrangement, ce qui réduit beaucoup la correction due à l'énergie de départ. La plus grande efficacité de notre programme de résolution numérique des équations de Hartree-Fock nous a permis de calculer exactement les fonctions d'onde de tous les états, même pour les noyaux les plus lourds. Il nous a été par ailleurs possible d'étudier beaucoup plus en détail les corrélations entre les propriétés de la matière nucléaire et celles des noyaux finis et de déterminer en conséquence une meilleure renormalisation de la force. Nous avons enfin appliqué la méthode à l'étude d'autres propriétés nucléaires, comme les masses des noyaux éloignés de la ligne de stabilité, les déplacements isotopiques et la possible existence de noyaux de type "bulle".

Comme nous allons le voir, ces améliorations de la méthode se sont traduites par une meilleure description des résultats expérimentaux. D'autres améliorations paraissent encore possibles mais il semble maintenant bien établi qu'il soit possible de décrire un grand nombre de propriétés des noyaux, avec un minimum de phénoménologie, en partant d'une interaction nucléon-nucléon réaliste.

Au chapitre II sont introduites les forces de Sprung-Banerjee. Les équations de Hartree-Fock sont définies et les méthodes utilisées pour les résoudre sont exposées au chapitre III. La recherche de la renormalisation optimale de la force effective dans les noyaux finis est discutée dans la première partie du chapitre IV. La deuxième partie contient la comparaison de nos résultats avec ceux de la méthode de Brueckner-Hartree-Fock. Les résultats que nous avons obtenus dans les noyaux doublement magiques sont présentés et discutés au chapitre V. Le chapitre VI est consacré au calcul des masses des noyaux éloignés de la ligne de stabilité et à l'étude des déplacements isotopiques des densités de charge. Enfin le chapitre VII traite de la possible existence des noyaux "bulles". Nos principales conclusions sont résumées au chapitre VIII.

II - L'INTERACTION EFFECTIVE DANS L'APPROXIMATION DE LA DENSITE LOCALE

II.1 - INTRODUCTION

Une description très complète des fondements de la théorie de Brueckner de la matière nucléaire se trouve dans l'article de Day (D 67) ; une revue des développements récents et l'analyse des résultats d'un grand nombre de calculs se trouvent dans les articles de Bethe (B 71) et de Sprung (Sp72). Ces deux derniers auteurs examinent en même temps les problèmes posés par l'extension de la théorie au domaine des noyaux finis.

Nous ne ferons ici que rappeler les éléments de la théorie de Brueckner qui sont nécessaires pour fixer les notations qui seront employées par la suite.

L'élément essentiel de cette théorie est la matrice de réaction G, définie par l'équation intégrale

$$G = v - v \frac{Q}{e} G$$

où v est l'interaction nucléon-nucléon libre. De façon plus explicite cette équation s'écrit, dans la représentation $|k>$

$$< k_1 k_2 |G(W)| k'_1 k'_2> = < k_1 k_2 |v| k'_1 k'_2 > - \sum_{k''_1 k''_2} < k_1 k_2 |v| k''_1 k''_2 > \frac{Q(k''_1 k''_2)}{E(k''_1)+E(k''_2)+W} < k''_1 k''_2 |G(W)| k'_1 k'_2 > \qquad (II.1)$$

où W est l'énergie de départ (starting energy). L'opérateur de Pauli $Q(k''_1 k''_2)$ est égal à un si les états k''_1 et k''_2 sont occupés, et à zéro dans les autres cas. Dans le dénominateur d'énergie apparaissent les énergies des états intermédiaires

$$E(k) = T(k) + U(k)$$

L'énergie potentielle U(k) d'un état occupé m est en général définie de façon

self-consistante par l'équation*

$$< m|U|m > = \sum_{n<k_F} < m\, n|G(W)|\, m\, n - nm > \qquad (II.2)$$

avec G calculé sur la couche d'énergie, c'est-à-dire

$$W = -(E_m + E_n)$$

Bethe, Brandow et Petschek (BBP 63) ont montré qu'on obtient ainsi l'annulation d'une large classe de diagrammesdans le développement de l'énergie.

La fonction d'onde corrélée à deux corps $|\psi >$ est définie par l'équation

$$|\psi > = |\phi > - \left(\frac{Q}{e}\right) G|\phi > \qquad (II.3)$$

où $|\phi >$ est la fonction d'onde non perturbée de deux particules. Il en résulte que

$$< \phi\ |G|\ \phi > = < \phi\ |v|\psi > \qquad (II.4)$$

En utilisant (II.4) et (II.3) on obtient pour la fonction corrélée, l'équation

$$|\ \psi > = |\ \phi > - \frac{Q}{e}\ v|\psi > \qquad (II.5)$$

La résolution pratique de l'équation II.5 ne peut s'accomplir que par un développement en ondes partielles. En fait l'opérateur Q n'est pas invariant par rotation, et dans la majorité des calculs on ne considère que sa composante monopolaire. Le développement en ondes partielles des fonctions $|\phi >$ et $|\psi >$ s'écrit alors :

$$\left.\begin{array}{l} <\underset{\sim}{r}|\phi > = <\underset{\sim}{r}|k_o S M_s> \\ <\underset{\sim}{r}|\psi > \end{array}\right\} = \sum_{JL} i^L \sqrt{4\pi(2L+1)} < LSOM_s|JM_s >$$

$$\left\{\begin{array}{l} j_L(k_o r)\, \mathcal{Y}^{M_s}_{LSJ}(\hat{\underset{\sim}{k}}_o, \hat{\underset{\sim}{r}}) \\ \sum_{L'} \frac{u^{JS}_{L'L}}{r}(k_o, r)\, \mathcal{Y}^{M_s}_{L'SJ}(\hat{\underset{\sim}{k}}_o, \hat{\underset{\sim}{r}}) \end{array}\right. \qquad (II.6)$$

---

* Pour un état inoccupé la définition de U est moins évidente. Le plus souvent on prend U = 0 (Sp72).

et celui des éléments de matrice de G :

$$<kSM'_s|G|k_oSM_s> = \sum_{JLL'} i^{L-L'} \sqrt{4\pi(2L+1)} < L'SM_s - M'_s, M'_s | JM_s > \quad (II.7)$$

$$\times < LSOM_s | JM_s > Y_{L'}^{M_s - M'_s}(\hat{k}, \hat{k}_o) G^{JS}_{L'L}(k, k_o)$$

avec

$$G^{JS}_{L'L}(k, k_o) = 4\pi \sum_{L''} \int_o^\infty r j_{L'}(kr) v^{JS}_{L'L''}(r) u^{JS}_{L''L}(k_o, r)\, dr \quad (II.8)$$

où $v^{JS}_{LL'}$ représente le potentiel nucléon-nucléon libre.

La symétrie sphérique entraîne qu'il n'y a pas de couplage entre états de J différents, mais pour les états triplet de parité $(-)^{J+1}$ tels que $^3S_1$, $^3D_1$, la force tenseur usuelle couple les ondes $L = J \pm 1$.

Une solution de l'équation de Bethe-Goldstone (II.3) a été obtenue par Banerjee et Sprung (BS 71) en utilisant le potentiel nucléon-nucléon de Reid (R 68). Ces résultats seront la base du calcul de l'interaction effective qui sera employée dans ce qui suit pour l'étude des noyaux finis.

II.2 - INTRODUCTION DE L'APPROXIMATION DE DENSITE LOCALE

La résolution complète de l'équation de Bethe-Goldstone utilisant une interaction réaliste n'a pu s'accomplir dans les noyaux finis que très récemment. Ces travaux sont principalement dus à Baranger, Davies, Kuo, Mc Carthy et Tarbutton (DM 71, Dav 69, DB 70, MD 70). Le problème de la double self-consistance (de Hartree-Fock pour les fonctions d'onde, de Brueckner pour les énergies des états occupés) ne peut être résolu qu'au prix d'un effort de calcul très considérable.

Aussi utiliserons nous une autre méthode qui fait largement appel aux résultats obtenus dans la matière nucléaire.

L'approximation de densité locale (L.D.A.) introduite par Brueckner, Gammel et Weitzer (BGW 58), permet de scinder en deux le problème de la double self-consistance. En effet, si pour toute paire de particules dans un noyau, la matrice G peut être correctement approchée par celle de la matière nucléaire (dans des conditions équivalentes de densité, moment relatif, "starting energy", etc..., qui restent à définir), il devient possible de calculer d'abord la matrice G dans la matière nucléaire, et d'obtenir ensuite la self-consistance de Hartree-Fock en utilisant G comme interaction à deux corps.

La L.D.A. est valable dans la mesure où le propagateur Q/e dans

un noyau est comparable à celui de la matière nucléaire. Nous tenterons de réduire les différences sur le dénominateur d'énergie par le choix d'une définition appropriée de la"starting energy" dans les noyaux. L'approximation sur l'opérateur de Pauli a été étudiée par Wong (W 67) et discutée par Bethe (B 71). Toutefois, l'étude approfondie de la validité de la L.D.A. reste à faire.

Dans le chapitre IV nous reviendrons sur ce sujet en comparant nos résultats avec ceux de la "méthode globale" de Davies et al.

II.3 - DEFINITION D'INTERACTIONS EFFECTIVES DANS LA MATIERE NUCLEAIRE

Dans le travail original de Brueckner, Lockett et Rotenberg (BLR 61) les éléments de matrice de l'interaction dans l'espace de coordonnées sont définis par une transformation de Fourier sur la matrice G calculée avec le potentiel de Gammel-Thaler dans la matière infinie. Théoriquement tous les éléments de matrice pour une densité fixée sont ainsi exactement définis, mais dans la pratique plusieurs difficultés importantes surgissent. La transformation de Fourier fait intervenir les éléments de matrice de G dans la matière nucléaire pour toute valeur du moment relatif $0 < k < \infty$, alors que dans la théorie de Brueckner ceux-ci ne sont correctement définis que dans la mer de Fermi $0 < k \leq k_F$. Par ailleurs, l'opérateur $<\underset{\sim}{x}|G|\underset{\sim}{x}'>$ est non local , ce qui entraîne une difficulté importante dans la résolution des équations de H.F. dans l'espace "r". Cet opérateur est plus compliqué à manipuler que la force à deux corps originale. On peut penser à juste titre que beaucoup de détails de sa structure sont superflus dans le cadre de l'approximation de densité locale qui sera utilisée extensivement par la suite.

Nous allons examiner plus en détail dans ce paragraphe d'autres définitions d'interactions effectives. Nous verrons que l'utilisation systématique des connaissances actuelles sur la matière nucléaire suggère des approximations qui nous permettront de définir des interactions effectives relativement maniables.

Dans tous les cas considérés, le choix d'une forme d'interaction locale est plus difficile à justifier. En fait, il faut bien reconnaître que ce choix n'est motivé que parce qu'il simplifie la résolution numérique des équations de H.F.

Dans l'esprit de la L.D.A., et selon les équations (II.2) et (II.8), toute interaction effective V doit satisfaire la relation

$$4\pi \int_0^\infty rj_{L'}(kr) V^{JS}_{L'L}(r)\, rj_L(k_o r)\, dr = G^{JS}_{L'L}(\underset{\sim}{k}, \underset{\sim}{k}_o) \qquad (II.9)$$

A partir de cette équation (II.9), deux définitions ont été proposées. La première due à Brandow (B 66) définit V en identifiant les intégrants de (II.9) et de (II.8) (*) :

$$V^{JS}_{L'L}(r, k_o, P, k_F, v, \Delta, m^*) = \sum_{L''} v^{JS}_{L'L''}(r) u^{JS}_{L''L}(r) / rj_L(k_o r) \qquad (II.10)$$

(*) Nous indiquons explicitement que cette force dépend de la variable radiale r, du moment relatif k_o, du moment du centre de masse P (à cause de l'opérateur Q), de la densité k_F, de l'interaction à deux corps v, et du spectre self-consistant (paramètres Δ et m^*).

Tous les éléments de matrice de G, diagonaux et non diagonaux, sont correctement reproduits, et pour $r \to \infty$ la force effective se comporte comme v, ce qui satisfait à la condition qu'à faible densité la force effective tend vers la force nucléon-nucléon nue. Ce potentiel possède des singularités à chaque zéro de $j_\ell(k_o r)$, toutefois Brandow a souligné que ces singularités n'entraînent pas de difficultés dans les applications numériques puisqu'elles apparaissent à grande distance, c'est-à-dire en dehors du noyau. Remarquons toutefois que sous la forme (II.10) le potentiel de Brandow est difficilement utilisable dans le calcul d'un noyau fini : la dépendance par rapport aux nombreuses variables y serait en effet trop compliquée . Le comportement de la matrice G dans la matière infinie suggère cependant des simplifications que nous allons maintenant examiner.

L'interaction V ne dépend plus que de k_o, r, P et k_F dans le cas où le calcul de G dans la matière nucléaire est self-consistant. En outre Banerjee et Sprung (BS 71) ont montré qu'à une très bonne approximation, P peut être remplacé, pour un k_o donné, par sa valeur moyenne.

Donnelly (Don 68), Bhaduri et Warke (BW 68), Negele (N 70) et Siemens (Si 70) ont montré la possibilité de simplifier encore la dépendance de la force effective par une moyenne appropriée sur le moment relatif. Il en résulte une force purement locale et dépendant de la densité. Cette moyenne sur k_o élimine, par ailleurs, les singularités du potentiel de Brandow. Siemens (Si 70) et Negele (N 70) ont introduit comme moyenne sur k_o, celle qui apparaît dans l'expression de l'énergie de Brueckner dans la matière nucléaire. L'énergie potentielle moyenne par particule s'écrit :

$$\bar{U} = \frac{1}{\rho} \sum_{\ell} \sum_{m} \langle m\ell \,|G|\, m\ell - \ell m \rangle$$

$$= \frac{\rho}{8} \sum_{\substack{JS \\ LT}} (2J+1)\,(2T+1) \int_o^1 w(k)\, G^{JS}_{LL}(kk_F, kk_F)\, dk \qquad \text{(II.11)}$$

La fonction poids $w(k) = 12\, k^2\, (k-1)^2\, (k+2)$ représente la probabilité de trouver le moment relatif $\underset{\sim}{k} = \frac{1}{2}(\underset{\sim}{k}_1 - \underset{\sim}{k}_2)$ dans la sphère de Fermi de rayon unité. Seuls les éléments diagonaux en L et k interviennent dans le calcul de $\bar{U}$. La force effective moyennée sur k s'écrit alors

$$V^{JS}_{L'L}(r, k_F) = \frac{\displaystyle\int_o^{k_F} k^2 (k_F - k)^2 (k + 2k_F)\, j_{L'}(kr)\, v^{JS}_{L'L''}(r)\, u^{JS}_{L''L}(r,k)\, dk}{\displaystyle\int_o^{k_F} k^2 (k_F - k)^2\, (k + 2k_F)\; j_{L'}(k\, r)\, j_L(kr)\, dk} \qquad \text{(II.12)}$$

Avec cette prescription on retrouve la valeur (II.11) pour l'énergie, et on assure une reproduction moyenne correcte des éléments diagonaux, mais l'erreur sur certains éléments de matrice peut dépasser 20 %. L'emploi de la force (II.12) dans les équations Hartree-Fock pour les noyaux finis, conduirait à des calculs d'une complexité comparable à celle d'un calcul au premier ordre utilisant la véritable interaction v.

Negele (N 70) a encore simplifié la force (II.12) en la réduisant

à une force purement centrale $V^{(N)ST}$ avec une dépendance sur le spin et l'isospin, grâce à la relation

$$V^{(N)ST}(r,k_F) = \frac{\sum_{JL}(2J+1)V^{JS}_{LL}(r,k_F)<j^2_L(kr)>_{k_F}}{(2S+1)\sum_L <j^2_L(kr)>_{k_F}(2L+1)} \qquad (II.13)$$

où

$$<j^2_L(kr)>_{k_F} \equiv \int_o^{k_F} w(k)\, j^2_L(kr)\, dk \qquad (II.14)$$

La moyenne sur le moment angulaire orbital ne porte que sur les éléments diagonaux L = L', les seuls qui interviennent dans (II.11). Negele trouve que cette force (II.13) reproduit les éléments de matrice S avec une grande précision et les états D avec une erreur de 10 à 20 %. D'autre part, comme argument "a posteriori", il signale que dans un noyau fini, comme le ^{40}Ca, l'importance relative des ondes S et D est très semblable à celle qu'on trouve dans la matière infinie.

Sprung et Banerjee (SB 71) ont proposé une autre définition d'interaction effective inspirée du travail de Elliott, Mavromatis et Sanderson (EMS 67). Ces auteurs déduisent directement, à partir des déphasages expérimentaux les éléments de matrice de l'interaction à deux corps entre états d'oscillateur harmonique. Ils ont montré que la relation

$$<k|G_\ell|k> = 4\pi \int_o^\infty j^2_\ell(kr)\, V_\ell(r)\, r^2 dr \qquad (II.15)$$

peut s'inverser sous la forme

$$V_\ell(r) = \int_o^\infty f_\ell(kr) <k|G_\ell|k> dk \qquad (II.16)$$

où $f_\ell(kr)$, opérateur inverse de $j^2_\ell(kr)$, a été donné par Mavromatis et Schilcher (MS 68) sous la forme d'une fonction hypergéométrique :

$$f_\ell(kr) = -\left(\frac{kr}{\pi}\right)^2 \frac{1}{\ell+\frac{1}{2}}\, {}_1F_2\left(\frac{3}{2}\,;\, \frac{1}{2}-\ell\,,\, \frac{3}{2}+\ell\,;\, -(kr)^2\right) \qquad (II.17)$$

La relation (II.16) permet de définir un potentiel effectif qui reproduit exactement les éléments diagonaux de G dans un état JLST donné ; ces états sont les seuls qui interviennent dans le calcul de l'énergie de la matière nucléaire. La définition (II.16) représente une amélioration considérable par rapport à la définition (II.12),

pour laquelle la seule valeur moyenne des éléments diagonaux était reproduite. On remarque sur l'expression (II.16) que le calcul de $V_\ell(r)$ exige la connaissance des éléments diagonaux de G pour toutes les valeurs de k. En pratique, ils ne sont définis dans la matière nucléaire que pour $k \leq k_F$. Cependant, si l'interaction n'est pas trop forte, on peut penser que les éléments de matrice de G jouent dans les noyaux finis un rôle peu important, pour $k > k_F$ et qu'il est plus essentiel de reproduire très correctement tous les éléments pour $k \leq k_F$.

D'autre part on vérifie "a posteriori" que pour une force donnée les valeurs locales de k_F dans les noyaux finis ne dépassent pas la valeur correspondante dans la matière nucléaire, sauf peut être dans une région très limitée au centre des noyaux.

Pour une interaction locale, comme celle précédemment définie, les éléments non-diagonaux sont complètement définis par les éléments diagonaux ; si on décide que les éléments diagonaux pour $k > k_F$ sont plus ou moins arbitraires on peut utiliser les degrés de liberté ainsi introduits pour améliorer l'accord avec les éléments non diagonaux. Srivastava (S 70) a montré qu'ils peuvent s'écrire directement sous la forme

$$\langle k' | V_\ell | k \rangle = - \int_0^\infty W_\ell(k', k; k'') \frac{\partial}{\partial k''} \left[(k'')^2 \langle k'' | G_\ell | k'' \rangle \right] dk'' \qquad \text{(II.18)}$$

où le noyau intégral $W_\ell(k', k, k'')$ a la propriété de s'annuler en dehors de l'intervalle $(\frac{1}{2}|k'-k|, \frac{1}{2}(k'+k))$.

Pour les ondes S on a la relation

$$\langle k' | V_o | k \rangle = - \langle \tfrac{1}{2}|k'-k| | G_o | \tfrac{1}{2}|k'-k| \rangle + \langle \tfrac{1}{2}(k'+k) | G_o | (k'+k) \rangle \qquad \text{(II.19)}$$

Il n'est pas évident "a priori" que les éléments non diagonaux de G obéissent à ces relations, même approximativement. On peut par exemple remarquer que les éléments de matrice du potentiel effectif sont symétriques, ce qui n'est pas le cas pour les éléments de matrice de G

$$\langle k' | G(k) | k \rangle \neq \langle k | G(k') | k' \rangle$$

à cause du choix de la "starting energy" par rapport à l'état initial.
Nous verrons plus loin à propos de la force W (voir paragraphe III-4) qui reproduit la dépendance sur l'énergie de la matrice G, comment on peut corriger ce comportement symétrique de l'interaction effective.

D'autre part, dans le calcul de G dans la matière nucléaire, l'équation de Brueckner-Goldstone fait intervenir des éléments non diagonaux avec $0 \leq k' \leq 2k_F$, ce qui indiquerait que les éléments diagonaux de G tels que $k_F < k < 2k_F$ peuvent être importants dans le calcul (voir l'équation (II.18)) des éléments de matrice non diagonaux de la force effective. Ces éléments non diagonaux sont évidemment arbitraires, dans la mesure où les éléments diagonaux le sont.

II.4 - LES FORCES G-λ DE SPRUNG

II.4-1 Définition

Nous avons insisté au paragraphe précédent sur les insuffisances des définitions proposées pour la force effective : la méthode de Siemens-Negele (II.12) ne reproduit les éléments diagonaux qu'en valeur moyenne, et, comme la proposition de Sprung (II.16), fixe arbitrairement les éléments non diagonaux. Une autre définition plus pragmatique a été développée par Sprung et Banerjee (SB 71), qui allie les deux méthodes et fait intervenir d'autres contraintes plus physiques. Une partie des degrés de liberté est utilisée en développant la force effective comme une somme de gaussiennes :

$$V(r) = \sum_i C_i(k_F)\, e^{-(r/\lambda)_i^2} \qquad \text{(II.20)}$$

pour chaque composante JSTLL' du potentiel effectif. Ce choix est arbitraire, mais peut se justifier par le succès d'autres forces purement phénoménologiques de cette forme, comme celles de Brink et Boecker (BB 67), ou Volkov (V 65). Une autre raison plus technique est la facilité d'emploi dans un calcul de H.F., notamment dans une base d'oscillateur déformé.

Les coefficients $C_i(k_F)$ et les portées λ_i ont été ajustés pour chaque densité de façon à obéir au mieux aux conditions suivantes :

(a) satisfaire l'équation (II.16), c'est-à-dire reproduire les éléments diagonaux des états dans la matière nucléaire.

(b) Obtenir, dans l'espace "r", une reproduction qualitative de la force de Siemens-Negele (II.12) pour $r \geq 0.4$ fm.

En supposant que la force de Negele reproduit en moyenne aussi bien les éléments non diagonaux que les diagonaux, on espère par l'imposition de cette deuxième contrainte, améliorer la reproduction des éléments non diagonaux. On assure en même temps à la force effective un comportement asymptotique proche de celui de la force originale. Ce comportement est essentiellement reproduit par une gaussienne ayant une portée de 5 fm. Les portées ont été choisies de manière à satisfaire au mieux les conditions (a) et (b), mais aussi de manière à réduire au maximum les compensations entre les contributions des différentes gaussiennes. Il s'avère que l'on peut, sans nuire à la qualité de l'ajustement, conserver les mêmes portées λ_i dans tous les sous espaces. Pour $r < 0.4$ fm l'accord n'a pas été recherché parce que la force originale elle-même n'est pas bien définie et parce que d'autre part, la force de Negele dont la partie répulsive passe par un maximum avant de tendre vers zéro à l'origine, n'a pas dans cette région un comportement très physique (voir figure II-1). On observe sur cette même figure, que la force en gaussiennes diffère considérablement de la force de Negele pour $r < 0.5$ fm. Dans les états pairs l'attraction pour les portées intermédiaires a été réduite pour compenser le déplacement (par rapport à l'interaction II.13) de la répulsion vers une distance plus courte. Pour les états impairs, cette modification a peu d'importance, à cause du très petit rayon du maximum de la partie répulsive (voir fig. II-3).

Les éléments diagonaux de la matrice G calculés avec l'interaction à coeur mou de Reid, sont ainsi reproduits avec une précision de 1-2 %, ce qui représente une amélioration d'un ordre de grandeur par rapport à la force de Negele. Cette remarque, ainsi que la discussion présentée ci-dessus, montrent que le choix des conditions a et b permet d'associer les aspects les plus avantageux des

prescriptions de Sprung et de Siemens-Negele.

Comme dans le cas de la force de Negele, il est souhaitable de simplifier la dépendance de la force effective sur les nombres quantiques LJ (eq. II.12) par une moyenne appropriée sur ces nombres J et L. On utilise encore la prescription (II.13), qui a la propriété de reproduire exactement l'énergie potentielle moyenne (II.11) dans la matière nucléaire. Dans les états triplet-pair (T = 0) et triplet-impair (T = 1), il est souhaitable de définir simultanément les composantes centrales $V_C(r)$, tenseur $V_T(r)\, S_{12}$ et spin orbite $V_{LS}\ \vec{L}.\vec{S}$ de la force effective respectivement par les moyennes sur le moment angulaire $\vec{S}$ (S 71) :

$$V_C(r) = \frac{1}{3(2L+1)} \sum_J (2J+1)\, V_{LL}^{J1}(r)$$

$$V_{LS}(r) = \sum_J \alpha_J\, V_{LL}^{J1}(r) \qquad \text{(II.21)}$$

$$V_T(r) = \sum_J \beta_J\, V_{LL}^{J1}(r)$$

où les coefficients (2J+1), α_J et β_J , qui sont reproduits dans la table II-1, sont ceux qui apparaissent dans les contributions correspondantes à l'énergie potentielle de la matière nucléaire. Nous discuterons dans ce qui suit les détails de la force centrale ; les forces V_{LS} et V_T seront examinées plus brièvement à la fin de ce chapitre.

Après cette pondération, les éléments de matrice pour l'onde S sont reproduits avec une erreur moyenne de 1-2 % et ceux de l'onde D avec une erreur inférieure à 20 %. Pour l'onde P la représentation est pratiquement exacte. Dans le calcul de la matrice G de Sprung et Banerjee, les états avec J > 2 ont été traités dans l'approximation des déphasages. Il a été montré par Sprung et al. (SBJS 70) que cette approximation est plus raisonnable que celle qui consiste à considérer que seulement l'OPEP agit dans ces états. Pour ces ondes partielles, on suppose que le potentiel effectif est le même que pour L=1 ou L=2 , pour les états impairs et pairs respectivement, ce qui est qualitativement correct. L'énergie potentielle dans la matière nucléaire à la densité de saturation est reproduite avec une erreur de 0.4 MeV par particule. Cette petite déviation (1 %) provient probablement de la moyenne sur la force ^3D, qui sous-estime la contribution correspondante de 0.5 MeV.

II.4 - 2 Dépendance sur la densité

Nous allons maintenant examiner la paramétrisation de la dépendance de la force effective sur la densité. Une factorisation de cette dépendance

$$V(r,k_F) = \sum V_i(r)\, f_i(k_F)$$

est particulièrement commode dans les calculs d'Hartree-Fock.
Une telle paramétrisation paraît bien adaptée si on examine la figure II-2, qui représente pour un rayon r fixé le rapport $V(r,k_F)/\ V(r,1.36)$. On constate que la forme du potentiel change peu dans le domaine des densités qui interviennent dans les calculs des noyaux. Par ailleurs, particulièrement en dehors du coeur répulsif,

une paramétrisation de la forme

$$V(r,k_F) = V_o(r) + V_1(r)\, k_F^{\lambda} \qquad \text{(II.22)}$$

parait suffisante. Negele a utilisé $\lambda = 3$ dans la zone répulsive et $\lambda = 1$ dans la région attractive. L'examen de la fig. II-2 ne semble pas indiquer la nécessité d'une telle séparation. Il semble que Negele ait pris pour définir ce comportement deux valeurs de la densité trop rapprochées. Une valeur unique de λ telle que $\lambda \leq 1$ nous paraît bien adaptée. Sprung a paramétrisé trois forces appelées G-0, G-1 et G-3 avec λ valant respectivement $\frac{1}{2}$, 1 et 3.

Une fois les portées des gaussiennes et λ fixés, il reste d'après (II.20) et (II.22) à ajuster les paramètres a_i et b_i dans

$$C_i(k_F) = a_i + b_i\, k_F^{\lambda} \qquad \text{(II.23)}$$

pour satisfaire les conditions définies au début du paragraphe. En pratique Sprung s'est efforcé d'obtenir simultanément :

a) une bonne reproduction des éléments de matrice des états S, D et P aux densités $k_F = 0.7,\ 1.0,\ 1.36$ et $1.70\ \text{fm}^{-1}$;

b) une bonne reproduction de la courbe de saturation dans la matière nucléaire ;

c) le meilleur ajustement des coefficients $C_i(k_F)$ originaux.

Pour la force G-0 il a été possible de satisfaire à tous ces critères, et on obtient un très bon accord avec la dépendance en densité de la force (II.12). La force G-1 est le résultat d'une recherche plus automatique par la méthode des moindres carrés; toutefois nous pensons que la pondération employée dans cette recherche n'est pas complètement satisfaisante. La dépendance linéaire en densité de G-3 n'est pas bien adaptée à la reproduction de la dépendance en densité de la matrice G ; son utilisation ne peut être envisagée que pour des raisons de simplicité, par exemple dans un calcul de H.F. sur une base d'oscillateur déformé(*).

Les coefficients des trois forces G-0, G-1 et G-3 dans les quatre sous-espaces, sont reproduits dans la table II-2 ; ils sont donnés sous les deux formes équivalentes

$$\begin{aligned} V &= \sum_i \left(a_i + b_i\, k_F^{\lambda}\right) e^{-(r/\lambda_i)^2} \\ &= \sum_i \left\{d_i + b_i\, (k_F^{\lambda} - 1.36^{\lambda})\right\} e^{-(r/\lambda_i)^2} \end{aligned} \qquad \text{(II.24)}$$

(*) En effet, le calcul numérique est alors simplifié par le fait que les éléments de matrice de réarrangement sont indépendants de la densité [ZR 71].

La figure II-3 représente les forces du type Negele, définies par les équations (II.12) et (II.13), dans les quatre sous-espaces et pour les quatre densités k_F=0.7, 1.0, 1.36 et 1.70 fm^{-1}. La figure II-4 représente la force G-0 pour ces mêmes quatre valeurs de la densité. On observe que dans la région attractive le comportement est qualitativement similaire. Pour $r < 1$ fm la comparaison est impossible en raison du comportement très différent à l'origine. Pour les trois forces on a rencontré des difficultés pour reproduire la dépendance en densité entre $k_F = 1.36$ et 1.70, les forces effectives devenant trop saturantes. Ceci est clairement montré dans la fig. II-5. Cette tendance se manifeste déjà à la densité de saturation, et se traduit par une trop grande incompressibilité. Peut être est-ce là un défaut qui mériterait d'être réexaminé.

II.4 - 3 La dépendance de la force effective sur l'énergie de départ

Dans toute la discussion sur les forces de Sprung nous avons supposé que l'énergie de départ prenait la valeur W_o

$$W_o = -(4E - \frac{3k_F^2}{5}\frac{\hbar^2}{m}) \text{ MeV} \qquad \text{(II.25)}$$

correspondant à la valeur moyenne dans la matière nucléaire, E étant l'énergie de liaison. Dans les noyaux finis les énergies de particule sont en général plus petites en valeur absolue que dans la matière nucléaire, ce qui entraîne $|W|$ plus petit et G plus attractif. Nous allons maintenant examiner la dépendance de G sur W et définir un potentiel effectif qui reproduise cette dépendance dans la matière nucléaire. Dans le chapitre suivant on examinera le problème de la définition de W dans un noyau fini.

On commencera par remarquer d'après (II.25) qu'une partie de la dépendance sur la densité de G provient de la dépendance sur W. Nous avons vu en effet que G dépend fortement de la densité pour des valeurs de k_F inférieures à la saturation, mais que cette dépendance change plus lentement pour des densités supérieures. Negele sépare la contribution ne provenant pas de la dépendance en densité de W en calculant la force effective à différentes densités pour une énergie de départ constante $\bar{W}$ correspondant à la densité normale. Il introduit alors une force auxiliaire, fonction de W, définie de façon que les éléments de matrice de la somme des deux interactions effectives reproduisent ceux de G, pour toutes les valeurs significatives de W. Cette procédure a l'avantage de séparer nettement ces deux contributions, encore que le choix de la valeur fixe $\bar{W}$ soit arbitraire. Negele obtient ainsi une interaction corrective (dépendant de W) qui donne une grande contribution à l'énergie totale. Cette force se présente sous la forme d'une interaction delta, plus une partie à longue portée :

$$v_M^N(r,W) = (-5.86 + 2.64\,W - 0.0805\,W^2)\,\delta(\underset{\sim}{r}) + (-2.85 + 159.5\,W - 17.1\,W^2) \times [(r-0.7)^2 / (0.69 + r^{8.6})] \text{ MeV} \qquad \text{(II.26)}$$

Cette interaction n'agit que dans l'état $^3S_1$; elle est négligée dans les autres états.

Au contraire les forces G-λ de Sprung reproduisent la valeur self-consistante de G à chaque densité. Dans ce cas une grande partie de la dépendance sur W est déjà comprise dans la dépendance en densité. Sprung (SB 71) étudie

le changement de G par rapport à un petit changement de W. Nous reproduisons maintenant son raisonnement : le changement $W_o \to W$ dans le dénominateur d'énergie cause dans la matrice G le changement :

$$G = G_o + G_o^+ \left(\frac{Q}{e_o} - \frac{Q}{e} \right) G \qquad \text{(II.27)}$$

où $e_o = H_o - W_o$ et $e = H_o - W$.

Introduisons le développement en ondes partielles (II.6)

$$\chi^{JS}_{LL'}(r,k_o) = \delta_{LL'}\, r\, j_L(k_o r) - u^{JS}_{LL'}(r,k_o) \qquad \text{(II.28)}$$

de la fonction défaut χ définie par

$$\langle \underset{\sim}{r} | \chi \rangle = \langle \underset{\sim}{r} | \phi \rangle - \langle \underset{\sim}{r} | \psi \rangle \qquad \text{(II.29)}$$

En tenant compte de (II.2) et de (II.3) on a

$$(Q/e)\, G|\phi\rangle = |\chi\rangle \qquad \text{(II.30)}$$

d'où en prenant les éléments de matrice de la relation (II.27)

$$\begin{aligned} \langle kSM'_s | G - G_o | k_o SM_s \rangle &= \langle \phi_k SM'_s | G_o^+ \frac{Q}{e_o}(e-e_o)\frac{Q}{e}\, G | \phi_{k_o} SM_s \rangle \\ &= -(W-W_o) \langle \chi^o_k\ SM'_s | \chi_{k_o}\ SM_s \rangle \end{aligned} \qquad \text{(II.31)}$$

Si le changement de W est petit, le changement sur les fonctions d'onde le sera également et $|\chi^o\rangle \simeq |\chi\rangle$. Le changement correspondant dans l'énergie de liaison est donné par

$$\begin{aligned} \langle k_o SM_s | G - G_o | k_o\ SM_s \rangle \approx &- (W-W_o) \sum_{LL'J} (i)^{L-L'} \\ &\times \sqrt{(2L+1)(2L+1)} \langle L'SOM_s | JM_s \rangle \langle LSOM_s | JM_s \rangle D^{JS}_{L'L}(k_o, k_o) \end{aligned} \qquad \text{(II.32)}$$

avec

$$D^{JS}_{L'L}(k_o,k_o) = 4\pi \int_o^\infty \sum_{L''} \chi^{JS}_{L''L'}(r,k_o)\, \chi^{JS}_{L''L}(r,k_o)\, dr \qquad (II.33)$$

Comparant (II.32) et (II.7) on remarque que D joue dans (II.32) le rôle de $G^{JS}_{L'L}$ dans (II.7) et on peut identifier

$$\delta G^{JS}_{L'L}(k_o,k_o) = -(W-W_o)\, D^{JS}_{L'L}(k_o k_o) \qquad (II.34)$$

comme étant le changement de l'élément de matrice de G dans l'onde partielle considérée. Par analogie avec (II.10) Sprung définit une force locale

$$V(r,W) = V(r,W_o) - (W-W_o) V^{(2)}(r) \qquad (II.35)$$

avec

$$V^{(2)JS}_{L'L}(r) = \frac{\sum_{L''} \chi^{JS}_{L''L'}(r,k_o)\chi^{JS}_{L''L}(r,k_o)}{r^2 j_{L'}(k_o r)\, j_L(k_o r)} \qquad (II.36)$$

Il remarque que les quantités $D^{JS}_{LL'}(k_o,k_o)$, pour L = 0, sont pratiquement indépendantes de k_o et beaucoup plus grandes que pour les autres valeurs de L. La force (II.36) dépend donc fortement de k_o à travers le dénominateur $(j_o(k_o r))^2$. Au lieu de moyenner sur k_o comme dans (II.12) il semble préférable de définir directement une force qui n'agisse que dans les états S et choisie de telle façon que ses éléments de matrice soient constants, soit par exemple :

$$V^{(2)JS}(r) = A^{JS}_{oo}(k_F)\, \delta(\underset{\sim}{r} - \underset{\sim}{r}') \qquad (II.37)$$

où les intensités A^{JS}_{oo} sont définies par

$$A^{JS}_{oo}(k_F) = 4\pi \int j_o^2(k_o r)\, V^{(2)}_{(r)}\, r^2 dr \qquad (II.38)$$

Pour le potentiel de Reid, l'état ^1S_o contribue pour 16 % à l'intégrale (II.38) et l'état $^3S_1$, pour 73 %. La contribution restante provient essentiellement de l'état ^3P ; on a simulé cette contribution par une augmentation de l'intensité de l'état ^1S_o. La table II-3 montre les valeurs des coefficients A^{JS} pour différentes densités. Dans le chapitre suivant nous donnerons une paramétrisation de cette dépendance adaptée au calcul des noyaux finis.

II.4-4 Forces effectives spin-orbite et tenseur

La dépendance radiale des composantes non centrales des forces G-λ est définie comme pour la force centrale par les équations (II. 12) (II. 16) et la moyenne sur le moment angulaire par les expressions correspondantes (II. 21).

On a également choisi pour la force spin-orbite, un développement en gaussiennes. Du fait de la courte portée de cette force, il n'est pas nécessaire d'introduire la gaussienne de 5 fm de portée. La force effective spin-orbite dans les états T = 0 est très intense, de très courte portée, et dépend fortement de la densité. Dans l'état T = 1 elle est aussi très intense, d'une portée plus grande, mais varie peu avec k_F.

Pour la force tenseur, un développement un peu différent a été préféré :

$$V_T(r) = \sum_i C_i (\alpha_i r^2) e^{-\alpha_i r^2}$$

De cette manière il est possible d'obtenir une reproduction très précise des éléments de matrice diagonaux : l'erreur est estimée inférieure à 4 %. La force tenseur est en moyenne d'intensité plus faible que la force spin-orbite ; elle est de longue portée et sa dépendance sur la densité est modérée.

Ces deux forces sont représentées, pour quatre différentes densités, dans la fig. II-6.

III - UTILISATION DE LA FORCE EFFECTIVE DANS LES NOYAUX FINIS

III.1 - INTRODUCTION

Dans ce chapitre nous étudions la deuxième étape de l'approximation de densité locale, c'est-à-dire la définition de la self-consistance de Hartree-Fock dans les noyaux finis. Comme dans la première, nous ferons largement appel aux analogies avec la matière nucléaire.

Essentiellement trois problèmes se posent :
i) la définition du potentiel de Hartree-Fock
ii) le choix de la dépendance en densité
iii) la définition de la "starting energy".

En fait ces trois questions sont liées. Nous allons y répondre dans cet ordre, et nous donnerons par la suite l'expression détaillée des potentiels de Hartree-Fock qui en résulte.

III.2 - DEFINITION DES POTENTIELS DE HARTREE-FOCK

Dans la théorie de Brueckner la fonction d'onde $|\Psi>$ est un déterminant de Slater formé à partir des fonctions individuelles $<x|\alpha>$ déterminées par la matrice G. Dans la L.D.A. la matrice G est remplacée par l'interaction effective $V(\rho,W)$, calculée pour une densité

$$\rho = (2/3\,\pi^2)\,k_F^3 \qquad \text{(III-1)}$$

et pour une énergie de départ W.

L'énergie totale d'un noyau de A particules est donnée par l'expression :

$$E_T = <\Psi|T + V(\rho,W)|\Psi> = \sum_{\alpha=1}^{A} <\alpha|T|\alpha> + \frac{1}{2}\sum_{\alpha\beta}^{A} <\alpha\beta|V(\rho,W)|\alpha\beta> \qquad \text{(III-2)}$$

En raison de la dépendance de l'interaction sur ρ et W, il n'est pas justifié d'invoquer un principe variationnel pour définir les fonctions individuelles $<x|\alpha>$. Nous allons voir cependant que l'application du principe variationnel à l'équation (III-2), conduit à une expression des énergies individuelles dans les noyaux, qui a une interprétation claire dans la matière nucléaire.

La condition d'extremum pour l'énergie totale du noyau (III-2) donne lieu à l'expression suivante pour les énergies individuelles :

$$e_\alpha = \langle \alpha | T | \alpha \rangle + \sum_\beta \langle \alpha\beta | V(\rho, W) | \alpha\beta \rangle + \frac{1}{2} \sum_{\beta\gamma} \langle \beta\gamma | \delta\rho_\alpha \frac{\delta V(\rho, W)}{\delta\rho} | \beta\gamma \rangle \quad \text{(III-3)}$$

où les quantités e_α apparaissent comme les multiplicateurs de Lagrange qui imposent, dans la variation, la conservation de la norme des orbitales. On voit qu'en plus des termes usuels de HF, apparaît un terme dit de "réarrangement" qui provient de la variation de la dépendance en densité du potentiel effectif.

Brueckner et Goldman (BG 60) ont proposé une définition de l'énergie de particule dans la matière nucléaire qui fait également intervenir ces termes de réarrangement. Ils écrivent l'énergie totale sous la forme :

$$E_T = \sum_\alpha \langle \alpha | T | \alpha \rangle n_\alpha + \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha\beta | G | \alpha\beta \rangle n_\alpha n_\rho \quad \text{(III-4)}$$

où n_α (qui vaut zéro ou un) est le nombre d'occupation de l'état α ; l'énergie de particule est alors définie comme étant :

$$E_\gamma = \frac{\delta E_T}{\delta n_\gamma} = \langle \gamma | T | \gamma \rangle + \sum_\beta \langle \gamma\beta | G | \gamma\beta \rangle n_\beta$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta} \langle \alpha\beta | \frac{\delta G}{\delta n_\gamma} | \alpha\beta \rangle n_\alpha n_\beta \quad \text{(III-5)}$$

Les deux premiers termes correspondent à la définition usuelle, en accord avec le théorème de BBP, pour compenser les lignes de propagation instantanée ("hole bubbles"). Le troisième, exprime le changement dans la matrice G quand une particule est extraite du système. La signification du changement dans G est plus claire si l'on considère la variation de l'équation (II-1) qui peut se mettre sous la forme :

$$\delta G = G^+ \frac{\delta Q}{e} G + G^+ \frac{Q}{e} \delta e \frac{Q}{e} G \quad \text{(III-6)}$$

En prenant les éléments de matrice de (III-6) on obtient :

$$\langle \alpha\beta | \frac{\delta G}{\delta n_\gamma} | \alpha\beta \rangle = - \sum_{ab} \langle \alpha\beta | G^+ | ab \rangle \frac{\delta}{\delta n_\gamma} \left[\frac{(1-n_a)(1-n_b)}{E_a + E_b - W} \right] \langle ab | G | \alpha\beta \rangle$$

$$= 2 \sum_b \langle \alpha\beta | G^+ | \gamma\beta \rangle \frac{(1-n_b)}{E_\gamma + E_b - W} \langle \gamma b | G | \alpha\beta \rangle$$

$$+ \sum_{ab} \langle \alpha\beta | G^+ | ab \rangle \frac{(1-n_a)(1-n_b)}{(E_a + E_b - W)^2}$$

$$\times \frac{\delta}{\delta n_\gamma} [E_a + E_b - W] \langle ab | G | \alpha\beta \rangle \quad \text{(III-7)}$$

Le premier terme de (III-7) représente le changement dans l'effet d'exclusion et le second le changement dans le spectre self-consistant. En termes de diagrammes, le premier terme de (III-7) est donné par b) dans la fig. (III.1), et le deuxième par c)

et d), avec G calculée sur la couche d'énergie. Le diagramme c) a été estimé contribuer - $\varkappa$ fois a), ce qui est la définition usuelle de l'énergie d'un état de trou(*). Encore que l'équation (III-5), qui satisfait le théorème de Koopman, apparaisse comme une définition correcte des énergies à une particule, la plupart des calculs de la matière nucléaire, ne considèrent cependant pas son terme de réarrangement. On peut tenir compte approximativement de ce terme (BG 60) en définissant un nouveau potentiel de particule par

$$V(k) \simeq (1 - \varkappa)\, U(k) \qquad \text{(III-8)}$$

où $\varkappa = 0.14$ pour le potentiel de Reid à densité normale. Les énergies des particules sont ainsi réduites et G devient plus attractive. Köhler (K 69), par un calcul plus précis, trouve un gain de 1.5 MeV par particule dans l'énergie de liaison de la matière nucléaire. En d'autres termes, ceci s'explique par le fait que ce calcul de l'énergie de liaison au premier ordre inclut maintenant des effets classés auparavant comme étant d'ordre supérieur (SB 71).

Le terme de réarrangement dans les noyaux finis (III-3) peut être considéré comme une généralisation du terme correspondant dans (III-5). La variation sur les occupations n_α est généralisée à une variation de la densité à chaque point du noyau. Les énergies de particule dans le noyau satisfont alors également au théorème de Koopman (B 58). Par ailleurs, il est bien établi (N 70, NV 70) que ce terme contribue de façon sensible à améliorer la qualité des résultats de la L.D.A.. Nous l'avons également introduit dans notre calcul.

A notre connaissance la justification de cette procédure en terme de diagrammes n'a cependant jamais été faite. En particulier, il est loin d'être évident qu'elle soit équivalente à la méthode de Brandow (B 69) avec probabilités d'occupation.

III.3 - CHOIX DE LA DEPENDANCE EN DENSITE DANS LES NOYAUX FINIS

Parmi les trois forces considérées, c'est G-0 qui semble reproduire le mieux la dépendance en densité de la matrice G. Le facteur $\sqrt{k_F}$ de G-0 simule mieux que le terme linéaire de G-1 le changement d'abord rapide de la force entre $k_F = 0.7$ et $1.36\ fm^{-1}$, puis beaucoup plus lent vers les hautes densités. La dépendance en k^3_F de G-3 n'est pas bien adaptée, du fait qu'elle donne une trop grande incompressibilité de la matière nucléaire par rapport à celle de la matrice G. Nous examinerons dans le chapitre suivant le comportement des trois forces dans les noyaux finis, mais sauf indication contraire, la plupart des calculs utilisent la force G-0.

La force effective est définie de façon à reproduire les résultats d'un calcul dans la matière nucléaire avec N = Z, duquel on ne peut pas en déduire la dépendance sur k_n et k_p séparément. Par suite dans un noyau avec $N \neq Z$ se pose le problème de définir la dépendance sur les densités de proton et neutron. La seule information disponible provient du travail de Siemens (Si 70), qui calcule les éléments de matrice G pour le potentiel de Reid directement pour des valeurs non nulles du paramètre d'asymétrie. Ce calcul est self-consistant par rapport aux énergies de particule des protons et neutrons et tient compte des effets du principe de Pauli. Siemens trouve approximativement 4 MeV d'énergie de symétrie de réarrangement et 32 MeV pour l'énergie de symétrie totale. L'énergie de symétrie de réarrangement S_R provient de la variation des termes dépendant de la densité dans la force.

(*) $\varkappa$ est l'intégrale (wound integral)

$$\varkappa = \frac{1}{A} \sum_{\lambda\mu}^{occ} \langle \chi_{\lambda\mu} \mid \chi_{\lambda\mu} \rangle$$

de la fonction défaut (eq. II-29)

Ellis et Sprung ont calculé par la méthode des perturbations les paramètres d'asymétrie à partir des résultats de Sprung et Banerjee. Ils écrivent l'énergie de la matière nucléaire asymétrique sous la forme

$$E(\alpha) = E_o + E_s \alpha^2 (1 + \lambda \alpha^2 + \ldots)$$

et trouvent $E_s = 30$ MeV et $\lambda = 0.008$. Ces valeurs de E_s sont en accord avec les valeurs empiriques dérivées des formules de masse. Par ailleurs les incertitudes dues aux déformations et aux effets de couche ne permettent pas une détermination précise de λ. Cependant la valeur trouvée par Ellis et Sprung est assez proche de la valeur $\lambda = 0.003$ utilisée par Brueckner et al. (BCHM 71) dans un calcul de Thomas-Fermi des noyaux riches en neutrons.

Dans le cadre d'un modèle qui définit la dépendance de la matrice G sur les moments de Fermi des protons et neutrons, Brueckner et Dabrowski (BD64) ont fait une étude détaillée de l'influence des termes de réarrangement sur l'énergie de symétrie de la matière nucléaire. Leur hypothèse est que l'interaction entre particules identiques pp, nn doit être calculée à partir des résultats de la matière nucléaire symétrique avec une densité $k_F = k_p$ ou $k_F = k_n$, tandis que pour l'interaction p-n on doit utiliser une certaine moyenne

$$k_F = \left[\frac{1}{2}(k_n^n + k_p^n)\right]^{1/n}$$

Brueckner et Dabrowski proposent $n = 2$, mais nous allons voir que $n = 1$ ou 3 peuvent sembler préférables. Si on ne s'intéresse qu'au deuxième ordre en α, on peut également considérer le cas $n = 0$, qui est équivalent à la moyenne géométrique

$$k_F = [k_n\, k_p]^{1/2}$$

Le choix $n = 3$ correspond à la moyenne arithmétique des densités. Dans le cadre de ce modèle, Sprung trouve pour $n = 3$, $S_R = 3.8$ MeV, pour la force G-0, en très bon accord avec le résultat de Siemens. Pour $n = 0$ on aurait $S_R = -2$ MeV et l'énergie de symétrie serait réduite à $S = 26$ MeV. La moyenne arithmétique est donc plus réaliste et nous l'utiliserons par la suite. Toutefois afin de vérifier ces conclusions nous avons fait également quelques calculs avec la moyenne géométrique, dans les noyaux finis.

Il nous faut maintenant transformer la dépendance en k_p, k_n en une fonction appropriée des densités nucléaires aux points $\underset{\sim}{r}_1$ et $\underset{\sim}{r}_2$ où se trouvent les particules en interaction. Parmi d'autres, on peut ici encore faire le choix d'une moyenne géométrique ou arithmétique. On peut aussi choisir la densité au centre de masse $\underset{\sim}{R} = (\underset{\sim}{r}_1 + \underset{\sim}{r}_2)/2$. Dans le cas seul d'une force de portée nulle ces prescriptions coïncident. En fait la force a une portée comparable à la taille de noyaux tels que ^{16}O ou ^{40}Ca. Si on considère deux nucléons dans ^{16}O occupant deux positions diamétralement opposées, les deux se trouvent dans une région de faible densité et il semble plus raisonnable de prendre la moyenne de ces deux faibles densités que d'utiliser la forte densité centrale qui correspondrait au centre de masse. Par ailleurs, l'utilisation de la prescription du C.M. conduit à une dépendance radiale des équations H.F. plus compliquée, à moins d'introduire des approximations supplémentaires (N 70). Nous avons choisi la même moyenne que pour les densités de protons et de neutrons:

$$f(r_1, r_2, \tau, \tau') = \left[3\pi^2 \frac{1}{4}(\rho_\tau(1) + \rho_\tau(2) + \rho_{\tau'}(1) + \rho_{\tau'}(2))\right]^{\lambda/3} \qquad \text{(A.M.)}$$

$$= (3\pi^2)^{\lambda/3}\left[\rho_\tau(1).\rho_\tau(2).\rho_{\tau'}(1)\,\rho_{\tau'}(2)\right]^{\lambda/12} \qquad \text{(G.M.)}$$

(III.9)

et dans la majorité de nos calculs nous avons utilisé la première de ces deux prescriptions.

En général $\rho(r)$ est une fonction décroissante de r et $f_{AM} \geq f_{GM}$. Essentiellement à faible densité la force est moins répulsive avec la M.G. Les noyaux légers sont par suite plus liés de 0.3 MeV par particule et leurs rayons plus petits de 0.03 fm. Pour les noyaux lourds la densité est beaucoup plus constante et ces différences se réduisent à 0.15 MeV et 0.01 fm respectivement. Nous verrons dans le chapitre IV que ce comportement va dans le sens d'un meilleur accord de nos résultats avec l'expérience. Faute d'un fondement plus théorique dans la définition de la dépendance spatiale de l'interaction il serait phénoménologiquement aussi justifié de prendre une moyenne géométrique entre $\rho(r_1)$ et $\rho(r_2)$, tout en conservant la moyenne arithmétique entre ρ_n et ρ_p.

Récemment Reid et al. (RBS 72) ont proposé une définition simplifiée de la dépendance en densité, utilisant une densité moyenne

$$\bar{\rho} = \frac{\int \rho^2 \, dr}{\int \rho \, dr}$$

pour toutes les régions du noyau. Comparativement avec la prescription du centre de masse $k_F \to \rho(R)$, leur calcul dans ^{16}O montre que cette approximation sous-estime l'énergie de réarrangement par un facteur 2.5 et l'énergie totale de 30 %. La densité au centre du noyau est surestimée de 25 % et le rayon se réduit de 0.1 fm. Contrairement à leur conclusion nous estimons que cette approximation n'est pas justifiée.

III.4 - DEFINITION DE L'ENERGIE DE DEPART DANS LES NOYAUX FINIS

La force W tient compte du fait que les éléments de matrice de G deviennent plus attractifs quand W (Eq. 2.5) diminue c'est-à-dire lorsque les niveaux de particules indépendantes deviennent moins liés . Dans l' ensemble, les particules dans les noyaux finis sont moins liées que dans la matière nucléaire et cette force va contribuer à augmenter l'énergie de liaison. Nous avons montré au chapitre II qu'une bonne paramétrisation de ce comportement de la matrice G est obtenue avec une force de portée nulle :

$$V^W(r,k_F) = (W_{\alpha\beta} - W_o(k_F)) \, A^{ST}(k_F) \, \delta(\underset{\sim}{r}) \qquad \text{(III.10)}$$

L'intensité $A^{ST}(k_F)$ a été paramétrisée d'après les résultats de Sprung et Banerjee (SB 71) par les fonctions

$$\begin{aligned} A^{13}(k_F) &= 1.64\,(1. + 0.486\,k_F)^{-3} \\ A^{31}(k_F) &= 15.60\,(1. + 0.87\,k_F)^{-3} \end{aligned} \qquad \text{(III.11)}$$

L'intensité de l'état ^3S est plus grande que celle de l'état $^1S_0$ et aussi elle varie plus rapidement avec la densité. Par ailleurs, à faible densité les fonctions A^{ST} ne sont pas bien définies à partir des calculs de la matière nucléaire. Nous avons examiné l'incidence de cette indétermination sur les résultats dans les noyaux finis en prenant différentes paramétrisations de A^{31} avec un comportement très différent pour $k_F \to 0$. En raison du très petit nombre de particules qui se trouvent dans la région de faible densité, ces résultats sont insensibles à des variations des intensités A^{ST} pouvant atteindre un facteur 100 à densité nulle.

Dans le calcul de $W_o(k_F)$ nous devons utiliser les énergies de particule dans la matière nucléaire qui contiennent les effets de réarrangement $\bar{E} = T + V$, et non les énergies modèle usuelles de Brueckner, $E = T + U$. Par le travail de Brueckner et Goldman (BG 60) nous savons qu'avec une bonne approximation on peut écrire $V = (1 - \varkappa) U$, où $\varkappa$ est l'intégrale de défaut usuelle ("wound integral"). Si on applique cette prescription aux valeurs moyennes de E, et $\bar{E}$ à la densité k_F on obtient :

$$\begin{aligned} - W_o(k_F) &= 2\,\bar{E}\,(k_F) \\ &= 4\,\bar{\varepsilon}\,(k_F) - 2T\,(k_F) \end{aligned} \qquad \text{(III.12)}$$

où $T(k_F)$ est l'énergie cinétique $T(k_F) = 0.6\,(\hbar^2/2m)k^2_F$ et où $\bar{\varepsilon}(k_F)$ est reliée à la courbe de saturation usuelle dans la matière nucléaire $\varepsilon(k_F)$, par

$$\bar{\varepsilon}(k_F) = \varepsilon(k_F)\,(1-\varkappa) + \varkappa\,T\,(k_F) \qquad \text{(III.13)}$$

L'intégrale de défaut varie peu dans le domaine $0.7 < k_F < 1.3$. Elle a un minimum et remonte aux deux limites de cet intervalle. Nous avons trouvé que la formule suivante reproduisait bien les valeurs calculées dans (SB 71) :

$$\varkappa = 0.095 + 0.17\,(k_F - 0.85)^2 + 0.056\,(k_F - 0.85)^3 \qquad \text{(III.14)}$$

Par ailleurs nous avons besoin d'une paramétrisation de la courbe de saturation dans la matière nucléaire qui soit bien adaptée aux différentes conditions de renormalisation qui seront introduites au chapitre IV. Une telle solution consiste à choisir pour paramètres l'énergie de saturation E_s, le moment de Fermi k_s correspondant, et le module d'incompressibilité K. Il semble aussi raisonnable de faire tendre $\varepsilon(k_F)$ vers zéro avec une pente nulle à densité nulle. Nous avons donc choisi la paramétrisation suivante :

$$\begin{aligned} \varepsilon\,(k_F) &= E_S + C(k_F - k_s)^2 + D(k_F - k_s)^3 + F(k_F - k_s)^4 \\ C\,k_s^2 &= \frac{1}{2}\,K \\ D\,k_s^3 &= (4\,E_s + K) \\ F\,k_s^4 &= (3\,E_s + \frac{1}{2}\,K) \end{aligned} \qquad \text{(III.15)}$$

La définition de l'énergie de départ dans les noyaux finis est plus délicate. D'abord, la contribution coulombienne doit être soustraite de façon à rendre comparables les énergies de particule avec celles de la matière nucléaire, pour laquelle nous n'avons pas considéré cette interaction. Ensuite, on ne peut pas utiliser la vraie valeur de $W_{\alpha\beta}$ pour chaque paire d'états α,β car l'orthogonalité entre états de même moment angulaire l et de nombre quantique radial n différent ne serait pas satisfaite (*). Nous avons d'ailleurs vérifié par un calcul numérique que cette définition de $W_{\alpha\beta}$ n'est pas praticable. Le recouvrement $<1s/2s>$ atteint 0.02 après quelques itérations. Dans ces conditions nous avons utilisé dans la plupart des calculs une prescription proposée par Negele (N 70) qui consiste à utiliser dans la définition de W une même valeur moyenne de ε_ℓ pour tous les états de ℓ donné et différents n

(*) Les harmoniques sphériques garantissent encore l'orthogonalité entre états de l différents.

$$W_{\alpha\beta} = - W_\alpha - W_\beta \qquad W_\alpha = \frac{1}{n_{max}} \sum_{n_\alpha=1}^{n_{max}} (\epsilon_\alpha - \epsilon_\alpha^c)$$

$$\epsilon_\alpha^c = \int u_\alpha^2(r)\, V_\alpha^c(r)\, dr \qquad \text{(III.16)}$$

Pour un noyau lourd par exemple, avec trois états s occupés on leur assigne une énergie proche de celle de l'état 2s, ce qui entraîne une réduction de la force W pour l'état 3s et une augmentation pour 1s. Il ne nous a pas été possible de trouver une meilleure définition de W_α qui ne viole pas l'orthogonalité. Une alternative consiste à définir une valeur moyenne de W_α pour tous les états quel que soit leur moment angulaire. Nous examinerons dans le paragraphe (V-2) l'influence de ces différents choix de W_α sur la position des niveaux de particule.

III.5 - RESOLUTION DES EQUATIONS DE HARTREE-FOCK PAR LA METHODE DES CHAMPS LOCAUX EQUIVALENTS

Le but de ce travail étant essentiellement l'étude des noyaux sphériques et la force effective étant locale, le système d'équations de H.F. peut être résolu avantageusement dans la représentation de coordonnées. Nous suivrons dans ce qui suit la méthode développée par Vautherin et Véneroni (VV 68, V 69).

Pour un noyau à couches fermées, il existe des solutions de la forme :

$$(x\,|\,i) = \frac{1}{r}\, u_{n_i \ell_i j_i q_i}(r)\ \mathcal{Y}_{\ell_i j_i m_i}(\hat{r}, \sigma)\ \chi_{q_i}(\tau)$$

où $\mathcal{Y}$ est une harmonique sphérique généralisée et χ une fonction d'isospin. Dans ces conditions, la réduction angulaire des équations (III.3) peut être effectuée et les fonctions radiales satisfont le système d'équations intégrodifférentielles

$$\frac{\hbar^2}{2m}\left[- u_\alpha''(r) + \frac{\ell_\alpha(\ell_\alpha+1)}{r^2}\, u_\alpha(r)\right] + \mathcal{V}_\alpha^D(r)\, u_\alpha(r) + \int_0^\infty rr'\ U_\alpha(r,r')u_\alpha(r')dr'$$

$$= e_\alpha\, u_\alpha(r) \qquad \text{(III.17)}$$

où $\mathcal{V}_\alpha^D(r)$ représente l'ensemble des champs locaux et le terme intégral l'ensemble des potentiels non locaux. L'expression particulière de ces potentiels pour les forces G-λ sera présentée dans les paragraphes suivants.

Le système d'équations (III.17) a été numériquement résolu par la méthode des champs locaux équivalents de Vautherin et Véneroni. Le système d'équations de Schrödinger locales

$$\frac{\hbar^2}{2m}\left[-u_\alpha'' + \frac{\ell_\alpha(\ell_\alpha+1)}{r^2}\ u_\alpha(r)\right] + \left[\mathcal{V}_\alpha^D(r) + \mathcal{V}_\alpha^{Ex}(r)\right]\ u_\alpha(r) = e_\alpha u_\alpha(r) \qquad \text{(III.18)}$$

est équivalent au système (III-17) pourvu que l'on définisse le potentiel local équivalent de l'état α par

$$v_\alpha^{Ex}(r) = \frac{1}{u_\alpha(r)} \int_0^\infty rr' \; U_\alpha(r,r') \, u_\alpha(r') \, dr' \qquad \text{(III.19)}$$

A l'origine le potentiel $v_\alpha^{Ex}(r)$ est fini et non nul, et tend vers zéro comme une combinaison linéaire des densités de protons et neutrons lorsque r tend vers l'infini (V 69). Par ailleurs, à cause de la non-localité, l'intégrale et la fonction u_α de l'équation (III.19) ne s'annulent pas simultanément et le potentiel équivalent est singulier à chaque zéro de la fonction d'onde. Vautherin et Vénéroni ont montré que l'équation (III-18) possède des solutions continues en tout point, et que la fonction d'onde est à dérivée discontinue au passage des pôles. Cependant la résolution pratique par itération des équations (III.18,19) n'est pas possible, à moins d'utiliser comme fonction d'essai au départ une fonction très proche de la solution exacte. Une méthode numériquement efficace consiste à linéariser le potentiel dans un intervalle de largeur ϵ autour du pôle. Si ϵ tend lentement vers zéro au cours des itérations de façon que l'équation de Schrödinger reste numériquement intégrable, on retrouve après convergence la solution exacte. Néanmoins, la réduction doit s'accompagner d'une diminution du pas d'intégration dans un intervalle assez grand autour du pôle, ce qui entraînerait une augmentation considérable du temps de calcul, si l'on considère que l'évaluation du terme sous l'intégrale de (III.19) représente 80 % du temps de calcul total. En fait ce terme varie dans la région du pôle beaucoup moins rapidement que $u_\alpha(r)$ et une très bonne approximation consiste à calculer $\int_0^\infty rr' \, U_\alpha(rr') \, u_\alpha(rr') \, dr'$, avec un pas relativement grand (0.5 fm dans nos calculs), de calculer ensuite $v_\alpha^{Ex}(r)$, puis de linéariser dans des intervalles ϵ de plus en plus petits à chaque itération. Les énergies individuelles obtenues par la méthode de linéarisation convergent assez rapidement en fonction de ϵ. Pour les noyaux légers, elles se comparent avec une grande précision aux résultats d'une diagonalisation des équations de H.F. sur une très grande base d'oscillateur harmonique ; dans le cas des noyaux lourds la troncation de la base d'oscillateur interdit toute comparaison significative.

Par ailleurs, la linéarisation entraîne une violation de l'orthogonalité entre fonctions radiales ayant des nombres de noeuds différents. Nous avons constaté que les recouvrements $< n/n' >$ peuvent atteindre 5.10^{-2} lors des premières itérations, et qu'ils se réduisent à moins de 10^{-3} une fois la convergence obtenue.

III.6 - LES CHAMPS DE HARTREE-FOCK

Nous allons maintenant examiner les différents termes constituant le potentiel de Hartree-Fock relatif aux forces dépendant de la densité et de "l'énergie de départ", telles que nous venons de les définir.

III.6-1 Termes directes

La partie directe de l'énergie totale s'exprime par

$$E^D = 2\pi^2 \iint r_1^2 \, r_2^2 \, dr_1 dr_2 \Big\{ [\rho_p(r_1)\rho_p(r_2) \, v_o^{\ell}(1,2,p,p) + \rho_n(r_1)\rho_n(r_2) v_o^{\ell}(1,2,n,n)] + \rho_n(r_1)\rho_p(r_2) v_o^{u}(1,2,n,p) \Big\} \qquad \text{(III.20)}$$

en termes de la densité :

$$\rho(r) = \frac{1}{4\pi r^2} \sum_{\alpha} \hat{j}_{\alpha} u^{*}_{\alpha}(r)\, u_{\alpha}(r) \qquad \text{(III. 21)}$$

La somme sur l'indice $\alpha \equiv n\ell j\tau$ porte sur l'ensemble des états occupés, et $\hat{j} = 2j + 1$. Les indices ℓ , u indiquent les combinaisons

$$\begin{aligned} V_{\ell} &= V^{13} + 3\, V^{33} \\ V_{u} &= V_{\ell} + V^{11} + 3\, V^{31} \end{aligned} \qquad \text{(III. 22)}$$

des forces entre particules identiques ou non identiques où les indices S, T ou (2S + 1), (2T + 1) indiquent les différents états de spin et d'isospin.

Les quantités v_k sont les multipôles d'ordre k du potentiel à deux corps, qu'on peut diviser en une partie v^a indépendante de la densité plus une partie qui en dépend

$$v_k(1,2,\tau,\tau') = v^a_k(r_1, r_2) + v^b_k(r_1, r_2)\, f(r_1, r_2, \tau, \tau') \qquad \text{(III. 23)}$$

Les indices τ, τ' dénotent les protons ou les neutrons tandis que la fonction f est définie par les équations (III. 9). Le potentiel de Hartree est obtenu par la variation

$$\frac{\delta E^D}{\delta u^{*}_{\gamma}(r_3)} = \hat{j}_{\gamma}\, u_{\gamma}(r_3) \left[\mathcal{V}^D_{\gamma}(r_3) + \mathcal{V}^{DR}_{\gamma}(r_3) \right]$$

Le terme usuel $\mathcal{V}^D$ est défini par

$$\mathcal{V}^D_{\tau_\alpha}(r_1) = \pi \int r_2^2\, dr_2 \left[\rho_{\tau}(r_2)\, v^{\ell}_o(1,2,\tau,\tau) + \frac{1}{2}\, \rho_{\tau'}(r_2)\, v^{u}_o(1,2,\tau,\tau') \right] \qquad \text{(III. 24)}$$

avec $\tau = \tau_\alpha$ et $\tau' \neq \tau$.

Le potentiel $\mathcal{V}^{DR}$ de réarrangement résulte de la différentiation sur la dépendance en densité :

$$\begin{aligned} \mathcal{V}^{DR}_{\tau}(r_1) = 2\pi \Bigg\{ \rho_{\tau}(r_1) \Bigg[& \int r_2^2\, \rho_{\tau}(r_2)\, \frac{\delta f(r_1 r_2 \tau\tau)}{\delta \rho_{\tau}(r_1)}\, v^{b,\ell}_o(1,2)\, dr_2 \\ & + \frac{1}{4} \int r_2^2\, \rho_{\tau'}(r_2)\, \frac{\delta f(r_1 r_2 \tau\tau')}{\delta \rho_{\tau}(r_1)}\, v^{b,u}_o(1,2)\, dr_2 \Bigg] \\ & + \frac{1}{4}\, \rho_{\tau'}(r_1) \int r_2^2\, \rho_{\tau}(r_2)\, \frac{\delta f(r_1 r_2 \tau\tau')}{\delta \rho_{\tau}(r_1)}\, v^{b,u}_o(1,2)\, dr_2 \Bigg\} \end{aligned} \qquad \text{(III. 25)}$$

III.6-2 Termes d'échange

La contribution des termes d'échange à l'énergie totale s'écrit :

$$E^{EX} = -\frac{1}{2} \sum_{ST} \sum_{\alpha\beta k} \hat{j}_\alpha \hat{j}_\beta F^{ST}_{\alpha\beta k} \iint u^*_\alpha(r_1)\, u_\alpha(r_2)$$

$$u^*_\beta(r_2)\, u_\beta(r_1)\, v^{ST}_k(r_1 r_2 \tau_\alpha \tau_\beta)\, dr_1 dr_2 \qquad \text{(III.26)}$$

avec

$$F^{ST}_{\alpha\beta k} = \begin{pmatrix} \ell_\alpha & \ell_\beta & k \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \frac{1}{4} \left[\left(C^{ST}_1\, \delta_{\tau_\alpha \tau_\beta} - C^{ST}_2 \right) \hat{\ell}_\alpha \hat{\ell}_\beta \right.$$

$$\left. \begin{Bmatrix} \ell_\alpha & j_\alpha & \frac{1}{2} \\ j_\beta & \ell_\beta & k \end{Bmatrix}^2 + \left(C^{ST}_3\, \delta_{\tau_\alpha \tau_\beta} - C^{ST}_4 \right) \right] \qquad \text{(III.27)}$$

Les coefficients C^{ST}_i sont donnés dans la table III-1. La variation des fonctions d'onde dans III.26 définit le potentiel de Hartree-Fock, que nous séparons à nouveau en un terme ordinaire et en un terme de réarrangement.

$$\frac{\delta E^{Ex}}{\delta u^*_\gamma(r_3)} = -\hat{j}_\gamma \sum_{ST} \sum_{\alpha k} \hat{j}_\alpha F^{ST}_{\alpha\gamma k}\, u_\alpha(r_3) \int_0^\infty u_\alpha(r_1)\, u_\gamma(r_1)\, v_k(r_1 r_3 \tau_\alpha \tau_\gamma)\, dr_1$$

$$-\frac{1}{2} \sum_{ST} \sum_{\alpha\beta k} \hat{j}_\alpha \hat{j}_\beta F^{ST}_{\alpha\beta k} \iint u^*_\alpha(r_1)\, u_\alpha(r_2)\, u^*_\beta(r_2)\, u_\beta(r_2)\, v^{b,ST}_k(r_1 r_2) \frac{\delta f(r_1, r_2, \tau_\alpha, \tau_\beta)}{\delta u^*_\gamma(r_3)}\, dr_1\, dr_2$$

Selon (III.19) nous définissons le potentiel local équivalent du terme ordinaire :

$$\mathcal{V}_{\gamma}^{Ex}(r_3) = \frac{-1}{u_\gamma(r_3)} \sum_{\alpha} \hat{j}_\alpha u_\alpha(r_3) \sum_{STk} F^{ST}_{\alpha\gamma k} \int_0^\infty u_\alpha(r') u_\gamma(r') v_k^{ST}(r_3 r' \tau_\alpha \tau_\gamma) dr' \quad \text{(III.28)}$$

La contribution de réarrangement définit directement un potentiel local

$$\mathcal{V}_{\gamma}^{ExR}(r_1) = \frac{1}{4\pi r_1^2} \sum_{ST} \sum_{\alpha\beta\, k} F^{ST}_{\alpha\beta k} \hat{j}_\alpha \hat{j}_\beta u_\alpha(r_1) u_\beta(r_1) \int u_\alpha(r_2) u_\beta(r_2)$$

$$\left[\frac{\delta f(r_1 r_2 \tau_\alpha \tau_\beta)}{\delta \rho_{\tau_\alpha}(r_1)} \delta_{\tau_\alpha \tau_\beta} + \alpha \leftrightarrow \beta \right] v_k^{b,ST}(r_1, r_2)\, dr_2 \quad \text{(III.29)}$$

On observe qu'avec la définition (III.9) de la dépendance en densité f nous obtenons des expressions pour les potentiels qui dépendent de r_1 et de r_2, mais jamais des combinaisons des deux, comme ce serait le cas si on avait défini la densité locale au centre de masse $\frac{r_1+r_2}{2}$. Notre définition (III.9), semble ainsi non seulement plus réaliste, comme déjà discuté précédemment, mais conduit aussi à des expressions plus simples pour les équations de Hartree-Fock.

Dans la fig. III-2 sont représentés les potentiels de réarrangement $\mathcal{V}^{DR}$ (III.25) et $\mathcal{V}^{ExR}$ (eq. III.29) calculés avec la force G-0 pour ^{16}O et ^{208}Pb. Il est intéressant de remarquer que ces potentiels encore qu'associés à des termes de la forme $\delta V/\delta\rho$ ne donnent pas simplement des contributions de surface : ils suivent plutôt la densité que sa dérivée. On peut comprendre ce comportement en examinant le cas d'une force de portée nulle

$$A\, k_F^{\alpha}\, \delta(R)\, (1 + x P_\sigma)$$

qui conduit à l'expression analytique très simple

$$V^R(r) = \frac{A\alpha}{6\rho}\, k_F^{\alpha} \left[(1+\tfrac{x}{2})\rho^2 - (x+\tfrac{1}{2})(\rho_n^2 + \rho_p^2) \right]$$

du champ de réarrangement.
Pour la force G-0, $\alpha = \frac{1}{2}$ et ce champ se comporte comme

$$V^R(r) \simeq C\, \rho^{7/6}$$

en supposant les densités de protons et de neutrons proportionnelles.
Les champs (III.25) et (III.29) suivent ce comportement de très près. L'effet de la longue portée de la force se traduit principalement par une réduction dans les oscillations, et par une décroissance plus rapide à l'extérieur du noyau.

III.6-3 Corrections au champ moyen dues à l'énergie de départ

Dans ce paragraphe nous discutons l'influence de la force (III.10). Nous écrivons la force V^W sous la forme :

$$V^W_{\alpha\beta} = [W_{\alpha\beta} - W_o(k_F)] A^{ST}(k_F)\, \delta(\underset{\sim}{r}) \equiv \Delta W^{ST}_{\alpha\beta}(k_F)\, \delta(\underset{\sim}{r}) \quad \text{(III.30)}$$

La contribution à l'énergie totale vaut alors

$$E^W = \frac{1}{8\pi} \sum_{\alpha\beta} \hat{j}_\alpha \hat{j}_\beta \left[(\Delta W^{\ell}_{\alpha\beta}\ \delta_{\tau_\alpha \tau_\beta} + \Delta W^{u}_{\alpha\beta}(1-\delta_{\tau_\alpha \tau_\beta}) \right] . \int \frac{1}{r^2} u^2_\alpha(r)\, u^2_\beta(r)\, dr \quad \text{(III.31)}$$

où $\underline{\ell}$ et $\underline{u}$ signifient $\frac{1}{2} A^{13}$ et $\frac{1}{4}(3A^{31} + A^{13})$ respectivement, compte tenu de l'absence d'une force dans les états impairs.

La force étant de portée nulle, les potentiels direct et d'échange sont proportionnels et l'on obtient :

$$v^W_\gamma(r) = \frac{1}{4\pi r^2} \sum_\alpha \hat{j}_\alpha u^2_\alpha(r) \left[\Delta W^{\ell}_{\alpha\gamma}(k_F)\delta_{\tau_\alpha \tau_\gamma} + \Delta W^{u}_{\alpha\gamma}(k_F)(1-\delta_{\tau_\alpha \tau_\gamma}) \right] \quad \text{(III-32)}$$

La dépendance en densité des termes W_o et A^{ST} donne lieu au potentiel de réarrangement :

$$v^{WR}(r) = \frac{1}{64\, r^4} \sum_{\alpha\beta} \hat{j}_\alpha \hat{j}_\beta\, u^2_\alpha(r)\, u^2_\beta(r) \left[\frac{\partial \Delta W^{\ell}_{\alpha\beta}}{\partial k_F} . \delta_{\tau_\alpha \tau_\beta} + \frac{\partial \Delta W^{u}_{\alpha\beta}}{\partial k_F}(1-\delta_{\tau_\alpha \tau_\beta}) \right] \quad \text{(III.33)}$$

Dans la fig. III-3 sont dessinés les potentiels v^W et v^{WR} pour les neutrons de ^{40}Ca. Les potentiels v^W_α pour les états 1p 3/2 et 1d 5/2 sont pratiquement confondus avec ceux respectivement des états 1p 1/2 et 1d 3/2 ; pour cette raison ils n'ont pas été dessinés. La profondeur du puits pour l'état 1s, du fait que son énergie $W_{\ell=0}$ a été moyennée avec celle de l'état 2s qui se trouve à environ-17 MeV est moins grande que celle de l'état 1d, qui est le seul occupé pour $\ell = 2$. On observe que la dépendance sur l'état de ces potentiels est assez grande. La partie répulsive qui apparaît au-delà du rayon nucléaire s'explique par le fait qu'à faible densité $W_o(k_F)$ tend vers zéro. La forme précise du pic est sensible aux extrapolations faites sur le comportement à basse densité de $W_o(k_F)$ (éq. III.11) à III.15). Mais l'ensemble des quantités physiques que nous calculons sont insensibles à des forts changements dans ces extrapolations, à cause du petit nombre de nucléons qui sont présents dans cette région extérieure du noyau.

Le champ de réarrangement v^{WR} est le même pour tous les niveaux (éq. III.33). Il est aussi le même pour les protons et les neutrons puisque nous avons supposé pour la force W une dépendance en fonction de la seule densité totale. L'erreur ainsi introduite est négligeable, la contribution à l'énergie provenant de ce champ étant 1/15 de l'énergie de réarrangement totale. Ce champ agit surtout à la surface du noyau et son effet essentiel est d'augmenter la densité des niveaux près de la surface de Fermi. Le déplacement correspondant des niveaux dépend du nombre quantique radial, les états avec n grand étant plus faiblement déplacés, ce qu'on peut comprendre par un calcul de perturbation.

Dans le paragraphe (V-2) sera donnée une discussion plus quantitative de l'influence de la force W sur les niveaux de particule près de la surface de Fermi.

III.6 - 4 La force spin-orbite

Le développement multipolaire de la force spin-orbite (II .21) est plus compliqué que celui de la force centrale. Une expression générale des multipoles de cette force se trouve dans l'article de Hope et Longdon (HL 56). En représentation de coordonnées, la détermination des champs correspondants demande un effort comparable à tout le reste du calcul de Hartree-Fock. Comme dans le travail de Vautherin-Véneroni, nous avons préféré utiliser une forme approchée de ces champs, basée sur un développement de courte portée de la force spin-orbite (BS 56)(*). Cette approximation se justifie par un examen de la fig. II-6. En effet, la force effective a une portée de l'ordre de 0.5 fm, bien plus petite que les dimensions du noyau.

Nous avons donc introduit une force spin-orbite à deux corps de la forme

$$V_{LS} = i\, B\, \delta(r_{12})\, (\underset{\sim}{\sigma}^1 + \underset{\sim}{\sigma}^2) \cdot (\underset{\sim}{k}' \times \underset{\sim}{k}) \qquad \text{(III.34)}$$

où $\underset{\sim}{k}'$ et $\underset{\sim}{k}$ sont respectivement le moment relatif initial et final de la paire de particules en interaction.

L'énergie potentielle due à cette interaction est donnée par

$$E^{LS} = \pi \int r^2\, B \left\{ J\, \rho'(r) + J_n\, \rho'_n(r) + J_p\, \rho'_p(r) \right\} dr \qquad \text{(III.35)}$$

avec

$$J(r) = \frac{1}{4\pi r^3} \sum_\alpha \hat{j}_\alpha \left[j_\alpha(j_\alpha + 1) - \ell_\alpha(\ell_\alpha + 1) - \frac{3}{4} \right] u_\alpha^2(r) \qquad \text{(III.36)}$$

Dans J_n (J_p) la somme porte seulement sur les états occupés de neutrons (protons) et ρ' représente $d\rho/dr$.

(*) Par ailleurs, au moment où nous avons effectué la plupart de ces calculs, la force effective spin-orbite (II.21) n'était pas encore bien déterminée.

Par variation des fonctions d'onde (V 69) on obtient :

$$v_\tau^{LS}(r) = \frac{1}{2} B \left\{ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (\rho + \rho_\tau) \underset{\sim}{\sigma} \cdot \underset{\sim}{\ell} - \left[\frac{2}{r} J(r) + J'(r) + \frac{2}{r} J_\tau(r) + J'_\tau(r) \right] \right\} \qquad \text{(III.37)}$$

Dans le cas d'un noyau saturé en spin et avec N = Z l'intensité de la force de portée nulle (III.34) peut être reliée à celle de la véritable force effective (II.21) en suivant la méthode de Blin-Stoyle (BS 55) telle qu'elle a été corrigée par Bell et Skyrme pour inclure le terme d'échange (BS 56). Pour une force de portée finie, l'intensité du terme direct est reliée à la combinaison linéaire

$$\left(\frac{3}{4} V_{LS}^{T=1} + \frac{1}{4} V_{LS}^{T=0} \right)$$

et celle du terme d'échange à

$$\left(\frac{3}{4} V_{LS}^{T=1} - \frac{1}{4} V_{LS}^{T=0} \right) \qquad \text{(III.38)}$$

Pour une force de portée nulle, les termes T = 0 disparaissent. Plus récemment, Scheerbaum (Sch 69) a étudié la possibilité d'inclure dans la force (III.34) des corrections de portée finie en prenant

$$B = - \frac{2\pi}{3} \int V_{LS}^{T=1}(r) \; r^3 \left(\frac{j_1(qr)}{q} \right) dr \qquad \text{(III.39)}$$

où q représente le moment relatif moyen de deux particules dans le noyau. Selon Scheerbaum, il convient de prendre q de l'ordre de 0.7 fm^{-1}.

La force effective originale dans l'état T=1 (fig. II-6) dépend faiblement de la densité. Il en résulte que pour des valeurs de k_F compris entre 0.7 fm^{-1} et 1.70 fm^{-1}, B ne varie que de 5 %. Comme le terme $d\rho/dr$ contribue principalement à la surface du noyau, il est raisonnable de prendre une valeur de B constante, calculée à la densité de 0.7 fm^{-1}. On trouve B = 115 MeV fm^5. Cette valeur semble un peu trop faible pour rendre compte des écarts spin-orbite expérimentaux. Une force 10 % plus intense reproduit plus correctement les écarts des niveaux p, d et f des noyaux légers avec N = Z. Nous verrons dans le chapitre suivant, que pour rendre compte des résultats expérimentaux, la force centrale doit être renormalisée dans cette même proportion. Nous avons utilisé dans tous nos calculs la valeur B = 130 MeV fm^5. pour tous les noyaux.

Dans le cas d'un noyau à couches non saturées en spin, ou avec $N \neq Z$, la théorie de Scheerbaum n'est pas directement applicable, et le choix de la même valeur de B devient moins justifié. Par ailleurs, il existe dans ce cas d'autres effets que nous allons examiner.

Le second terme de (III.37) représente la contribution de la force spin-orbite à la partie centrale du potentiel de Hartree-Fock. Pour un noyau non saturé en spin, ce terme apporte de l'ordre de 0.3 MeV par particule à l'énergie de liaison totale. Ce terme joue un rôle important dans la reproduction correcte de ces énergies (Fig. III-5). En particulier, il permet d'expliquer la différence entre

le ^{40}Ca et ^{48}Ca(*).

La force centrale contribue dans un noyau non saturé en spin aux écarts entre niveaux avec $j = \ell \pm 1/2$. Le potentiel d'échange (III.28) dépend en effet du moment angulaire j des états. Par un développement de courte portée de la force centrale (V 69), on peut démontrer qu'un terme de Wigner pur engendre un couplage spin-orbite qui abaisse les niveaux $j = \ell - 1/2$, et que la contribution à l'énergie totale des couches non saturées en spin est répulsive. Ce dernier effet est clairement mis en évidence dans le cas du ^{48}Ca par les résultats de Negele et de Nemeth, reproduits en fig. III-5. Dans notre calcul, cette réduction de l'énergie de liaison est compensée par la contribution au champ central de la force spin-orbite, comme nous venons de l'expliquer.

Le terme direct du champ de H.F. correspondant à la force tenseur est identiquement nul. Le terme d'échange a une forme compliquée (V 69). Cette force a une portée assez grande (fig. II-6) et il ne nous semble pas justifié de définir une force de portée nulle équivalente. Nous n'introduirons pas cette interaction dans notre calcul. Toutefois, les travaux de Wong (W 68) et de Tarbutton et Davies (TD 68), montrent que cette force réduit assez considérablement les écarts spin-orbite dans les noyaux lourds.

Nous nous proposons d'introduire la force effective tenseur dans des calculs ultérieurs en utilisant le développement de la matrice densité de Negele-Vautherin (NV 72).

III.6 - 5 L'interaction coulombienne

Aux termes purement nucléaires de la force, nous avons ajouté l'interaction coulombienne entre protons $V^c(r) = e^2/r_{12}$. Le développement multipolaire s'écrit simplement $v_k^c(r_1, r_2) = r_<^k / r_>^{k+1}$ où $r_>$, $r_<$ désignent respectivement la plus grande et la plus petite valeur de r_1 et r_2. Le potentiel de Hartree s'écrit :

$$\mathcal{v}^{DC}(r) = 4\pi e^2 \left[\frac{1}{r} \int_0^r \rho_p(r') r'^2 \, dr' + \int_r^\infty \rho_p(r') r' \, dr' \right] \qquad \text{(III.40)}$$

et le potentiel équivalent d'échange,

$$\mathcal{v}_\alpha^{ExC}(r) = \frac{-e^2}{u_\alpha(r)} \sum_\beta \hat{j}_\beta \, u_\beta(r) \, \delta_{\tau_\beta \tau_\alpha} \, \hat{\ell}_\alpha \, \hat{\ell}_\beta$$
$$\sum_k \begin{pmatrix} \ell_\alpha & \ell_\beta & k \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \quad \begin{Bmatrix} \ell_\alpha & j_\alpha & \frac{1}{2} \\ j_\beta & \ell_\beta & k \end{Bmatrix}^2 \qquad \text{(III.41)}$$
$$\int u_\alpha(r') \, u_\beta^*(r') \, v_k^c(r, r') \, dr'$$

(*) Les calculs des réf. (N 70), (NV 70) représentés dans la figure III-5 négligent ce terme, et il en résulte que le ^{48}Ca est moins lié que le ^{40}Ca.

Remarquons toutefois que la méthode du potentiel local équivalent n'est pas directement applicable dans ce cas, car le potentiel diverge pour $r \to \infty$. L'origine de cette difficulté apparaît dans l'expression (III.41) qui, pour r grand, se comporte comme

$$v_\alpha^{ExC}(r) \approx \sum_{\beta k} \tilde{F}_{\alpha\beta k} \, e^{\left(|\epsilon_\alpha|^{1/2} - |\epsilon_\beta|^{1/2}\right) r} \, \frac{1}{r^{k+1}} \, I_{\alpha\beta k}$$

et qui est divergente quand ϵ_α est plus liée que ϵ_β, les états 1s divergeant le plus rapidement. Nous avons observé que la dépendance sur l'état de ce potentiel est assez forte, et que les divergences commencent à apparaître à une distance de 2 ou 3 fois le rayon nucléaire. Pour surmonter cette difficulté, nous utilisons la définition (III.41) de v^{ExC} jusqu'à un certain rayon $r_{max} = \frac{3}{4} < r_p^2 >^{1/2}$; au-delà nous avons défini un potentiel

$$v_\alpha^{ExC}(r) = \frac{v_\alpha^{ExC}(r_{max})}{v^{DC}(r_{max})} \cdot v^{DC}(r) \quad , \; r \geq r_{max} \qquad \text{(III.42)}$$

Cette prescription a l'avantage d'assurer un comportement correct à l'infini tout en conservant la non-localité à l'intérieur du noyau. Avec cette méthode on peut reproduire très exactement les énergies de particule obtenues avec un programme de H.F. utilisant la base de l'oscillateur comme nous avons pu le vérifier dans le cas d'une force statique (force B1 de Brink et Boeker).

III.7 - CORRECTION DU MOUVEMENT DU CENTRE DE MASSE ET DE LA TAILLE FINIE DU PROTON

Non seulement l'hamiltonien de H.F. n'est pas invariant par translation mais encore, dans la L.D.A., même l'invariance du potentiel à deux corps n'est pas assurée à cause de la dépendance en densité.

D'une manière très générale, Aviles (A 68) a montré que pour un système de nucléons dont la fonction d'onde totale est un déterminant de Slater, la séparation du mouvement du centre de masse ne peut se faire exactement que si les fonctions individuelles sont des oscillateurs harmoniques. Dans ce cas, Elliott et Skyrme (ES 55) avaient montré que la fonction d'onde du mouvement du centre de masse est une fonction d'oscillateur harmonique dans un état 1s, de paramètre $B = b/\sqrt{A}$; ($b = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$ est le paramètre des fonctions d'onde d'oscillateur du noyau et A le nombre de particules). Si les fonctions d'onde individuelles ne sont pas celles d'un oscillateur, on ne peut envisager qu'une correction approchée. Lipkin (L 58), Friar (Fr 71), et très récemment une multitude d'auteurs ont montré qu'une infinité de prescriptions sont possibles, et que dans les noyaux très légers les résultats peuvent dépendre fortement de la forme choisie pour la fonction d'onde du centre de masse.

Dans nos calculs, nous avons vérifié qu'il est possible d'obtenir en

général un recouvrement supérieur à 0.98 entre nos fonctions d'onde de H.F. et des fonctions d'oscillateur pour un choix bien défini du paramètre b. Pour les états peu liés des noyaux lourds les fonctions d'onde peuvent différer plus nettement des fonctions d'onde d'oscillateur, essentiellement à cause du comportement à longue distance. Cependant, pour ces noyaux la correction du centre de masse est très faible.

Parmi l'infinité de prescriptions possibles, nous avons choisi la correction du centre de masse comme si les fonctions d'onde étaient exactement des oscillateurs harmoniques de paramètre b maximisant le recouvrement avec nos fonctions d'onde de H.F.

L'énergie associée au mouvement du centre de masse est alors

$$E_{CM} = 3/4\ \hbar\ \omega$$

Cette correction contribue appréciablement à l'énergie de liaison des noyaux légers (fig. V-2). Pour ^4He elle représente 40 % de l'énergie totale, ce qui peut apparaître comme une raison suffisante pour douter de la validité de tout type d'approximation dans les noyaux très légers faisant appel à des fonctions d'onde non invariantes par translation.

Dans l'approximation adoptée, les densités dans le référentiel du centre de masse (ρ_{CM}) et celles calculées dans le référentiel des champs de H.F. ($\rho_{H.F}$) sont reliées par

$$\rho_{H.F}(r) = \frac{4}{B^3 \pi^{\frac{1}{2}}} \int e^{-\frac{R^2}{B^2}} \rho_{C.M.}(|\vec{r} - \vec{R}|)\, d^3R \qquad (III.43)$$

En même temps que l'effet du centre de masse il est commode de tenir compte de l'effet de la taille finie du proton. La densité de charge observable s'obtient en convoluant ρ_{CM} avec une paramétrisation du facteur de forme e.m. du proton $f_p(r)$. Dans la plupart de nos calculs nous avons employé une forme gaussienne

$$f_p(r) = (a\sqrt{\pi})^{-3} \exp\left(-\frac{r^2}{a^2}\right), \quad a = \sqrt{\frac{2}{3}} < r_p >_{rms} \qquad (III.44)$$

$$< r_p >_{rms} = 0.8 \text{ fm.}$$

Il en résulte de ces deux corrections pour la densité de charge,

$$\rho_{ch}(r) = \frac{1}{2\pi^2 r} \int_0^{\infty} k \sin(kr)\, \tilde{\rho}_{HF}(k) \exp\left[\frac{k^2}{4}(B^2 - a^2)\right] dk \qquad (III.45)$$

où $\tilde{\rho}_{HF}$ est la transformée de Fourier de la densité H.F. des protons. Si $a > B$ cette expression se réduit à la formule (IV.2) :

$$\rho_{ch}(r) = [\,(a^2-B^2)\,\pi\,]^{-3/2} \int d^3r_1 \;\exp[-(\underset{\sim}{r}-\underset{\sim}{r}_1)^2/(a^2-B^2)\,]\,.\,\rho_{HF}(r_1)$$

de la référence (N 71), qui permet de faire les deux corrections simultanément. Si $a < B$, comme c'est le cas pour les noyaux très légers, (III.45) doit être employée.

Dans certains calculs des noyaux légers, nous avons préféré pour $f_p(r)$ une forme exponentielle, qui reproduit mieux les données expérimentales (*).

Pour les distributions de neutrons la même transformation (III.43) est applicable. Le facteur de forme électromagnétique du neutron n'est pas très bien déterminé et sa contribution est presque toujours négligée. Nous reviendrons sur ce point au chapitre VI à propos des effets isotopiques.

Une autre méthode de correction du mouvement du centre de masse qui apparaît souvent dans la littérature (V 69) consiste à minimiser l'hamiltonien

$$H' = H_{HF} - \underset{\sim}{P}^2/2m\,A \qquad \text{(III.46)}$$

où $\underset{\sim}{P}^2/2mA$ représente l'énergie cinétique du mouvement du centre de masse. Il faut remarquer que H' n'est pas non plus invariant par translation(**) et que les fonctions d'onde correspondantes dépendent encore de la coordonnée du centre de masse, mais l'énergie totale est probablement bien corrigée. Nous verrons plus loin, à propos des résultats sur ^{4}He, que les deux méthodes proposées corrigent l'énergie totale par une quantité très semblable, mais que les fonctions d'onde sont suffisamment différentes pour que les résultats de la diffusion d'électron soient sensiblement affectés. Etant donné la similitude entre nos fonctions d'onde et celles de l'hamiltonien d'oscillateur, nous pensons toutefois que la première de ces méthodes est la plus satisfaisante.

(*) Nos résultats dépendent quelque peu du choix de $f_p(r)$, mais d'autres sources d'incertitude dans nos calculssont sûrement plus importantes.

(**) En effet dans (III.46) nous avons éliminé la contribution spurieuse à l'énergie cinétique, mais non celle sur l'énergie potentielle.

IV - RENORMALISATION DE L'INTERACTION EFFECTIVE

IV.1- MOTIVATIONS DU PROCESSUS DE RENORMALISATION

Les interactions effectives G-λ constituent une paramétrisation simple de la matrice G^{*}. Cette matrice ne tient compte que des diagrammes de corrélation à deux corps (diagrammes en échelle). Pour le potentiel de Reid, Banerjee et Sprung (BS 71) ont estimé que les amas à trois et quatre corps peuvent apporter de l'ordre de 2.5 ± 1.5 MeV "par particule" à l'énergie de liaison de la matière nucléaire, ce qui donnerait une énergie de saturation totale de 13.7 ± 1.5 MeV . Par rapport aux valeurs empiriques fournies par les formules de masse (16 ± 1 MeV) ce résultat semble satisfaisant, surtout si l'on considère que l'erreur sur l'énergie potentielle (~ 40 MeV) serait inférieure à 10%. L'origine de cette différence peut être imputée aux contributions d'ordre supérieur, à l'existence d'une force à trois corps, et aussi aux insuffisances de la force de Reid.

La valeur de la densité de saturation semble moins satisfaisante. Banerjee et Sprung trouvent $k_F = 1.43\ fm^{-1}$ avec le calcul standard, et $k_F = 1.49\ fm^{-1}$ avec les corrections. Probablement toute autre correction qui apporterait de l'énergie de liaison ferait encore croître cette densité de saturation, qui semble déjà trop grande comparée à la valeur semi-empirique ($k_F = 1.36\ fm^{-1}$) généralement admise. La cause de cette difficulté n'apparait pas clairement.

Les calculs de H.F. des noyaux finis avec les forces G-λ donnent des énergies de liaison trop faibles d'environ 4 MeV, (table IV-1). (C'est pratiquement le même écart que celui que nous avons signalé dans la matière nucléaire). Par suite il semble nécessaire, si l'on veut obtenir une description quantitative des propriétés des noyaux finis, d'introduire des corrections d'ordre supérieur. Toutefois, un calcul détaillé des contributions des amas à plus de deux corps ne nous semble pas pour le moment réalisable . Pour cette raison nous avons introduit une paramétrisation phénoménologique de ces termes. Nous verrons qu'il est possible de construire de cette façon une théorie ayant un pouvoir prédictif, puisqu'à l'aide de deux paramètres libres seulement il nous sera possible de reproduire un très grand nombre de propriétés des noyaux.

En outre l'étude de cette renormalisation nous permettra de comparer en détail le comportement de l'interaction effective ainsi obtenue dans la matière nucléaire et dans les noyaux finis.

IV.2- METHODE DE RENORMALISATION

De ce point de vue les résultats obtenus avec une force renormalisée seront d'autant plus significatifs que la renormalisation sera suffisamment petite pour ne pas altérer fondamentalement l'interaction originale.

---

*La matrice G est définie de façon standard i.e. avec les énergies potentielles (II-4) ne contenant pas le terme de réarrangement.

La renormalisation que nous avons choisie est de la forme

$$V^{ST}(r,k_F) = [1 - \alpha^{ST}\ F\ ]\ V_d^{ST}(r) + [1-\beta^{ST}\ F]\ V_b^{ST}(r)[k_F^{\lambda} - 1.36^{\lambda}]$$

$$V_d^{ST}(r) = V_a^{ST}(r) + V_b^{ST}(r).1.36^{\lambda} \qquad \text{(IV.1)}$$

où α et β sont les paramètres de renormalisation et où le symbole F désigne un projecteur qui n'agit que sur l'intensité de la gaussienne de plus courte portée des états pairs(S,T = 1,0 et 0,1). Ce choix est motivé par le fait que la partie répulsive à courte portée de la force n'est pas très bien déterminée, et que par ailleurs des changements relatifs petits dans cette région produisent les effets recherchés. Les ondes P contribuent peu à l'énergie de liaison, et ne sont pas renormalisées afin de ne pas multiplier inutilement le nombre de paramètres.

Dans l'expression (IV-1) il est clair que α représente la renormalisation de la force à k_F=1.36 fm^{-1}, et que β renormalise la dépendance en k_F à cette densité. Ces paramètres sont donnés pour les trois forces G-0, G-1, G-3 dans les tables IV-2. Les constantes α, γ ($\gamma = \alpha-\beta$), sont tabulées pour les valeurs de E_s = 16 et 17 MeV, et de $1.26 \leq k_s \leq 1.50$ fm^{-1}.

Il est facile de comprendre qu'une renormalisation de l'énergie de liaison, produite par une simple augmentation de l'intensité de α, s'accompagne d'un déplacement de k_s vers une plus haute densité. Si l'on veut en même temps réduire cette densité de saturation il faut ajuster avec une variation de β l'intensité de la partie de l'interaction qui dépend de la densité.

IV.3- INFLUENCE DE LA RENORMALISATION SUR L'ENERGIE DE SYMETRIE

L'effet de la renormalisation sur l'énergie de symétrie peut être étudié facilement. Suivant le travail de Brueckner et Gammel(+), nous écrivons l'énergie de symétrie S :

$$E(N,Z) = E_o + S\left(\frac{N-Z}{A}\right)^2 + \ldots\ldots \qquad \text{(IV.2)}$$

comme une somme de quatre termes

$$S = S_T + S_U + S_F + S_R \qquad \text{(IV.3)}$$

L'énergie de symétrie du gaz de Fermi

$$S_T = \frac{1}{6}\ \hbar^2\ k_F^2\ /\ m$$

(+) K.A. Brueckner et J.L. Gammel Phys. Rev. 109 (1958) 1023

apporte environ 13 MeV à densité normale ; elle est en partie responsable de la variation de S avec la densité qu'on peut observer dans les tables IV-2. S_U est un terme, provenant de la dépendance de l'énergie potentielle des états occupés sur le moment relatif k.

$$S_U = \frac{1}{6} k_F \frac{\partial U}{\partial k_F} = -\rho \int_0^1 g_{oo}(k) (1-2k^2) k \, dk$$

Ce terme change peu avec la renormalisation de l'énergie. S_F est le terme de "isospin-flip" dans la matrice G, moyenné sur la surface de Fermi. Il traduit simplement la résistance de la force à un changement d'isospin dans le système. Pour le potentiel de Reid, cette contribution peut être évaluée comme étant (SB 71) :

$$S_F \simeq \frac{1}{2} \left[\frac{1}{3} U(^1E) - U(^3E) \right] \simeq -\frac{1}{3} U(^3E) \simeq 10 \text{ MeV} \qquad \text{(IV. 4)}$$

où U représente l'énergie potentielle moyenne par particule dans les états pairs. Un calcul plus précis qui fait intervenir les états impairs donne S_F=7 MeV. Ce terme est le seul que l'on peut modifier sensiblement par la renormalisation. Cet effet est obtenu, à énergie de saturation constante, par un changement dans les poids relatifs des états ^3S et ^1S. Les facteurs de renormalisation des tables IV-2 correspondent au cas $\alpha(^3S) = \alpha(^1S)$ et $\gamma(^3S) = \gamma(^1S)$. Une autre possibilité consiste à doubler $\alpha(^3S)$ et annuler $\alpha(^1S)$. Ceci a pour effet de modifier légèrement l'énergie et la densité de saturation, mais il est possible d'y remédier en utilisant la règle suivante :

$$\begin{aligned} &\alpha(^3S_1) \rightarrow \alpha(^3S_1) + \tilde{\phi}\, \alpha(^1S_0) \; ; \; \alpha(^1S_0) \rightarrow 0 \\ &\gamma(^3S_1) \rightarrow \gamma(^3S_1) - \epsilon \qquad \gamma(^1S_0) \rightarrow \alpha(^1S_0) - \epsilon \end{aligned} \qquad \text{(IV.5)}$$

Les quantités $\tilde{\phi}$ et ϵ sont tabulées dans IV-3. Pour une répartition intermédiaire des poids de ^3S et ^1S, ces quantités peuvent être linéairement interpolées.

Outre la possibilité de modifier l'énergie de symétrie, une renormalisation de l'état ^1S plus faible que celle de l'état ^3S semble justifiée, si l'on considère que dans la matière nucléaire, la contribution de l'état ^1S aux amas à trois corps est répulsive.

L'énergie de symétrie de réarrangement S_R a déjà été discutée au paragraphe III-3. Nous rappellerons seulement la possibilité d'utiliser dans la définition de la force soit une moyenne arithmétique, soit une moyenne géométrique entre les densités de proton et de neutron. Ce qui modifie la valeur de S_R : dans le premier cas S_R vaut +3.8 MeV et -2 MeV dans le second.

Pour la force G-0 renormalisée à E_s = -16.5 MeV et k_F = 1.35 fm^{-1}(*) la prescription $\alpha(^1S) = \alpha(^3S)$ conduit à une énergie de symétrie totale de S=34 MeV, et la prescription $2\alpha(^3S)$, $\alpha(^1S) = 0$ à S=36 MeV (en tenant compte dans tous les cas de l'énergie de symétrie de réarrangement). Il est encore

(*)Comme il sera montré dans le paragraphe suivant, c'est la renormalisation qui permet le mieux de décrire les énergies et les rayons des noyaux finis.

possible de faire le choix $3\alpha(^3S)$, $-\alpha(^1S)$. On obtient alors S=38 MeV. Utilisant la première de ces prescriptions et la moyenne géométrique on trouve S=28 MeV.

Nous avons étudié les effets sur les noyaux finis d'un changement Δ S(NM) de l'énergie de symétrie de la matière nucléaire. L'effet sur l'énergie totale E_T des noyaux lourds doublement magiques est faible, les coefficients d'asymétrie étant très petits. Pour le ^{208}Pb , et des valeurs de S(NM)=36 ± 2 MeV, une relation de la forme

$$\Delta E_T = \left(\frac{N-Z}{A}\right)^2 \quad \Delta S \text{ (Pb)}$$

avec $\Delta S(Pb) \simeq 0.7\ \Delta S\ (NM)$

est très bien vérifiée. Le fait de trouver $\Delta S(Pb) < \Delta S(NM)$ est une conséquence de la dépendance en densité des différents termes de (IV-3), une partie des nucléons se trouvant dans des régions de densité inférieure à la normale.

Les rayons des distributions de protons et neutrons sont peu modifiés par des changements $\Delta S = \pm 2$ MeV. Les effets sur les énergies individuelles, de loin les plus importants, seront discutés au paragraphe V-2.

IV.4- RENORMALISATION OPTIMALE DE LA FORCE G-0 DANS LES NOYAUX

Au paragraphe III-3 nous avons indiqué que parmi les trois forces G-λ, G-0 représente la meilleure paramétrisation de la matrice G calculée par Banerjee et Sprung. Ceci est principalement dû à une bonne reproduction de la dépendance en densité, mais aussi au soin particulier apporté à l'ajustement des paramètres de cette force. Dans ce même paragraphe nous avons montré qu'il est préférable d'utiliser comme densité locale une moyenne arithmétique des densités des protons et neutrons. Pour ces raisons, nous avons consacré la plupart de nos efforts à l'étude de la renormalisation de G-0 en utilisant la moyenne arithmétique.

Une analyse préliminaire a montré que la renormalisation agissait différemment suivant le nombre de masse des noyaux. Nous avons donc préféré étudier simultanément le comportement des noyaux ^{16}O et ^{208}Pb, plutôt que de nous concentrer sur un seul (qui est le ^{40}Ca dans le travail de Negele). Les figures IV-1, IV-2 montrent nos résultats. Tracées en fonction de la densité de saturation k_s, les courbes à trait continu représentent le comportement des rayons de charge, et celles en trait discontinu, le comportement des énergies de liaison par particule. Les différentes courbes correspondent à autant de valeurs de l'énergie de saturation E_s .

Pour ^{16}O on remarque la variation très linéaire de E/A et r_{ch} en fonction de E_s et k_s. Dans le domaine considéré, nous avons trouvé une relation de la forme :

$$\begin{aligned} \Delta(E/A) &= 0.7\ \Delta E_s - 12.5\ \Delta k_s \\ \Delta(r_c) &= -0.03\ \Delta E_s - 0.65\ \Delta k_s \end{aligned} \qquad \text{(IV.6)}$$

Pour ^{208}Pb la situation est plus compliquée, car la pente des courbes varie avec E_s. Une relation linéaire, valable seulement au voisinage de E_s=16.5 et k_s=1.35, serait :

$$\Delta(E/A) = 1.1\,\Delta E_s - 13.0\,\Delta k_s$$
$$\Delta(r_c) = -0.04\,\Delta E_s - 3.0\,\Delta k_s \qquad \text{(IV.7)}$$

Les variations de E/A avec k_s sont importantes et très similaires dans les deux noyaux. La dépendance sur E_s est plus grande dans le ^{208}Pb que dans ^{16}O, ce qui semble raisonnable si l'on considère que dans ce second noyau, un très petit nombre de particules seulement se trouvent à densité normale. Le fait de trouver un facteur de proportionalité supérieur à 1 dans ^{208}Pb est sans doute lié aux insuffisances de la paramétrisation (IV-7), et n'est pas significatif. La variation de r_c en fonction de E_s est la même dans les deux noyaux, mais la dépendance sur k_s est beaucoup plus marquée dans le Pb. Ce dernier comportement est dû en partie, à un effet de volume, car dans le modèle de la goutte liquide nous avons :

$$r = \sqrt{\frac{3}{5}}\left[\frac{9\pi A}{4}\right]^{1/3}\frac{1}{k_F} \quad \text{et} \quad \frac{\Delta r\,(Pb)}{\Delta r\,(^{16}O)} = \left[\frac{208}{16}\right]^{1/3} \simeq 2.5$$

La recherche d'une renormalisation optimale utilisant les figures IV-1-2 est facilitée par le fait que les valeurs expérimentales de E/A et de r_c rapportées sur les échelles en ordonnées, se correspondent. La bande hachurée représente la zone de compatibilité avec les données expérimentales.

Pour ^{208}Pb les valeurs $16 \leq E_s \leq 16.5$ et $1.33 \leq k_s \leq 1.35$ semblent bien adaptées. Malheureusement ces valeurs rapportées dans la figure IV-1 donnent pour ^{16}O un rayon de charge beaucoup trop grand, et une énergie de liaison trop faible d'environ 1MeV/part. La meilleure renormalisation dans ^{16}O correspondrait à $E \simeq 17.5$ et $k_s \simeq 1.37$, ce qui donnerait dans le Pb une énergie de liaison trop grande de 0.25 MeV/part et un rayon de 5.38 fm seulement. Nous avons vérifié que ce comportement est général : les noyaux légers sont sous-liés et leurs rayons sont trop grands avec une force ajustée pour décrire les noyaux lourds.

L'origine de cette difficulté n'est pas évidente. On pourrait l'attribuer à la paramétrisation en gaussiennes. En effet, la gaussienne de plus longue portée de la force G-0 (λ_s=5fm) place plus d'attraction à l'intérieur d'un noyau lourd que ne le ferait la vraie force OPEP. Cet effet est moins important dans un noyau léger et évidemment sans conséquences dans la matière nucléaire dans laquelle la force G-0 a été ajustée. Toutefois, cette explication semble exclue par le fait que les résultats de Negele (N 70) et de Nemeth et Vautherin (NV 70), qui n'utilisent pas de paramétrisation en gaussiennes, souffrent encore davantage de ce défaut (figure V-1). L'effet de l'énergie de symétrie est également à exclure. En effet le coefficient d'asymétrie $\left(\frac{N-Z}{A}\right)^2$ ne vaut pour le ^{208}Pb que 0.044. Pour réduire l'énergie totale de 0.25 MeV/part il faudrait un incrément de l'énergie de symétrie de l'ordre de ΔS=6 MeV ce qui nous conduirait à $S \simeq 40$ MeV, valeur totalement incompatible avec les résultats sur les énergies de séparation (cf. paragraphe V-2).

Devant l'impossibilité d'évaluer la contribution des amas à trois et quatre corps dans les différents noyaux, il semble que l'origine des difficultés réside dans la forme adoptée pour la renormalisation (equ. IV-1). A ce propos il est intéressant de signaler que les énergies par particule calculées pour ^{16}O et ^{208}Pb avec la force non-renormalisée, (table IV-1) diffèrent des valeurs expérimentales par la même valeur (4.4 MeV). La table IV-1 montre également l'influence de la renormalisation de la force (pour k_s = 1.35 fm^{-1} et E_s = 16.5 MeV) sur les différentes composantes de l'énergie totale (cf. paragraphe V-2 pour les définitions de ces énergies).

Les énergies provenant de la force W, (E_W et E_{WR}) sont peu affectées par la renormalisation. L'intensité de cette force est une fonction de E_s, de k_s, et des énergies individuelles du noyau (equ. III.10 à III-16). Cependant, l'augmentation de W (ϵ_α, ϵ_β) qui provient de ce que les particules deviennent plus liées, est en partie compensée par le changement de $W_o(E_s, k_s)$, de sorte que l'intensité $\Delta W_{\alpha\beta}$ est finalement peu modifiée.

L'énergie de Hartree-Fock E_{HF} (equ.V-2) présente la variation relative la plus importante, surtout dans le ^{208}Pb. L'énergie de réarrangement E_R est, également en valeur relative, moins renormalisée dans les noyaux lourds que dans les légers. Ce mécanisme de renormalisation dans les noyaux finis est certainement lié au choix de la prescription (IV-1). Une forme différente qui dans les noyaux lourds déplacerait le poids de la renormalisation de ΔE_{HF} vers ΔE_R, serait probablement préférable. Ceci aurait pour autre effet souhaitable de ne pas augmenter les énergies de séparation Sn et Sp, qui deviennent trop grandes avec la renormalisation actuelle. Toutefois cette recherche, très laborieuse, n'a pas été poursuivie.

La force renormalisée à $k_s = 1.35\ fm^{-1}$ et $E_s = 16.5$ que nous avons adoptée représente un compromis qui permet de reproduire raisonnablement les énergies de liaison et les rayons des noyaux ^{16}O et ^{208}Pb. A cette renormalisation optimale correspondent les valeurs des paramètres

$$\alpha \simeq 0.085 \qquad \beta \simeq 0.385$$

La force originale est donc rendue 17% plus attractive à r = 0, tandis que la composante de plus courte portée de la partie de la force qui dépend de la densité devient 39% plus répulsive.

Les valeurs $k_s = 1.35\ fm^{-1}$ et $E_s = 16.5$ sont compatibles avec les résultats de la diffusion d'électrons et les estimations des formules de masse. Elles ne sont pas directement comparables aux valeurs $k_s = 1.31\ fm^{-1}$ et $E_s = 15.68$ MeV, adoptées par Negele car son calcul de la matière nucléaire correspond à une valeur fixe de l'énergie de départ W_o, alors que dans notre cas W_o est fonction de k_F. Le calcul de Nemeth et Vautherin correspond à $E_s \simeq 16$ MeV et à une valeur de k_s probablement assez élevée, car la renormalisation était obtenue par ces auteurs par un simple facteur multiplicatif qui corrigeait l'énergie potentielle dans la même proportion pour toutes les valeurs de k_F. Pour la force purement effective de Skyrme, il ressort d'une analyse exhaustive faite par Beiner (B 72), que les meilleurs résultats sont obtenus pour une densité de saturation assez basse $k_F \simeq 1.31 \pm 0.01$, et pour une énergie de 16 à 17 MeV. Il est intéressant de signaler à ce propos que le mécanisme de saturation de ce type de force est fort différent de celui de G-0. Sur la figure IV-3 sont représentées les contributions à l'énergie dans les quatre sous-espaces (S, T) pour G-0 et pour la force S-II de Vautherin et Brink (VB 72). On remarquera pour cette dernière la contribution attractive des états impairs, et l'importance de l'état 3S, qui est le principal responsable de la saturation. Ce comportement impose une grande incompressibilité, qui est supérieure à 300 MeV pour toutes les forces de Skyrme.

IV.5- COMPARAISON AVEC LES RESULTATS DE LA METHODE DE BRUECKNER HARTREE-FOCK

Les résultats que nous venons d'examiner sont le produit d'une longue chaîne d'approximations que nous avons essayé de justifier à chaque étape en faisant largement appel aux résultats de la théorie de la matière nucléaire de Brueckner. Il est donc intéressant de comparer nos résultats avec ceux de la méthode de BHF qu'on peut appeler "globale" et qui consiste à résoudre, en principe

exactement, l'équation de Bethe-Goldstone (II-3) pour les noyaux finis. Le groupe d'Oak-Ridge (DM 71) a réalisé un certain nombre des calculs utilisant le potentiel à coeur mou de Reid. Nous examinerons plus particulièrement les résultats de Sauer (Sa70).

Plusieurs questions de principe et des différences de détail rendent malheureusement cette comparaison assez confuse :
(a) La comparaison des résultats de calculs de BHF avec ceux de la LDA n'a de sens que si dans cette dernière les termes de réarrangement et la renormalisation de la force à $k_s = 1.35\ fm^{-1}$ et $E_s = 16.5$ MeV sont supprimés. Le premier point a été discuté au paragraphe (III-2), et le deuxième est une simple conséquence du caractère purement phénoménologique de cette renormalisation. Il est beaucoup moins évident que les résultats calculés avec les termes de réarrangement, soient comparables à ceux du calcul de Brueckner-Hartree-Fock "renormalisé" (RBHF) de Sauer et al.
(b) Les calculs de BHF considérés utilisent un opérateur de Pauli fixe, défini sur la base de l'oscillateur, et indépendant de la solution selfconsistante. Cette approximation a probablement des conséquences importantes, mais qui sont difficiles à évaluer. Dans la matière nucléaire, où Q est une fonction de k_F, l'analogue de cette procédure consiste à prendre $Q(k_F^o)$ (k_F^o étant par exemple la densité de saturation) pour toutes les densités. Pour $k_F < k_F^o$ l'espace de phase exclu est alors trop grand, et il en résulte une perte d'énergie de liaison. Pour $k_F > k_F^o$, c'est la situation inverse, et l'on gagne de l'énergie. La courbe de saturation ne coïncide avec l'exacte que pour $k_F = k_F^o$, et la saturation est obtenue pour une énergie et une densité trop élevées.
(c) Les résultats de BHF dépendent du choix de l'hamiltonien non perturbé H_o (équ. II-1, II-3). Pour des raisons de simplicité, il apparait souhaitable d'utiliser un hamiltonien d'oscillateur à deux particules,

$$H_o = H_{osc} - C$$

où C est une constante que permet de varier les énergies des états individuels. Les résultats sont très sensibles à la valeur de C (Mc 69).

Une autre définition, utilisée par Sauer, consiste à prendre égales à zéro les énergies potentielles des états intermédiaires. Ce choix est basé sur les résultats de la matière nucléaire, qui indiquent que dans ce cas les contributions à l'énergie de liaison des amas à trois et quatre corps sont faibles. H_o est défini comme

$$H_o = Q\,T\,Q$$

où T est l'opérateur à deux corps de l'énergie cinétique. L'opérateur QTQ n'est pas exactement factorisable, et les éléments de matrice non-diagonaux de l'énergie cinétique du centre de masse doivent être négligés dans le calcul de G. L'influence de cette approximation n'est pas connue.

Utilisant le propagateur QTQ, Davies et al (DMS 72) trouvent plus d'énergie de liaison qu'avec H_{osc} et C = 0. Variant C il est possible de retrouver les résultats de QTQ, mais à condition de prendre des valeurs différentes pour chaque noyau (14 MeV pour ^{16}O, 25 MeV pour ^{208}Pb).
(d) Le calcul de BHF utilise le potentiel de Reid qui n'est pas défini pour les ondes partielles relatives $j > 2$*. Le calcul de la matière nucléaire de Banerjee-Sprung tient compte de ces ondes, à l'approximation des déphasages. Elles apportent une répulsion de 0.4 MeV par particule. Davies et al. (DMS 72) ont montré que l'inclusion des ondes partielles j=3 du potentiel de Hamada-Johnston a un effet négligeable dans ^{16}O, mais considérable dans ^{208}Pb.

*En fait l'état $^3D_3$ est défini mais il n'en a pas été tenu compte.

(e) La force effective G-0 non renormalisée sature la matière nucléaire à $E_s = 12.56$ MeV et $k_s = 1.46\ fm^{-1}$. L'ajustement en gaussiennes a donc produit un certain déplacement de la courbe de saturation, puisque Banerjee et Sprung (BS 71) avaient trouvé $E_s = 11.30$ MeV et $k_s = 1.43\ fm^{-1}$.
(f) Le calcul de la LDA néglige la force tenseur et utilise une force spin-orbite phénoménologique.

Malgré ces difficultés nous avons comparé dans la table IV-4 les énergies de liaison et les rayons des noyaux ^{16}O, ^{40}Ca et ^{208}Pb.

Les rayons de charge sont systématiquement plus grands de 5% pour la LDA et les énergies de liaison plus faibles d'environ 0.8 MeV par particule. Les différences sur l'énergie potentielle sont encore plus importantes, car si l'on tient compte de l'écart sur les rayons, l'énergie cinétique dans BHF serait 10% plus grande, et l'énergie potentielle plus grande en valeur absolue de 4 MeV en tenant compte de la relation

$$E_T = E_{HF} = \sum_i \left(T_i + \frac{1}{2} V_i \right)$$

La force G-0 reproduit chaque élément de matrice G avec une précision de 2 à 3%, mieux en moyenne. Ce manque de liaison et de densité dans la LDA semble contredire les conclusions de Wong (W 67) sur sa validité : comportement correct à l'intérieur du noyau, et trop de liaison à la surface.

Pour essayer de mieux comprendre cette situation, nous pouvons appliquer les formules de renormalisation IV-6-7 aux résultats de Sauer, et déterminer dans quelles conditions de saturation la force G-0 reproduit ces résultats. Pour ^{16}O, on trouve

$$E_s = 15.0 \text{ MeV} \qquad k_s = 1.54\ fm^{-1}$$

Ces valeurs ne sont pas à considérer strictement comme celles qui correspondraient à un calcul de la matière nucléaire qui ferait intervenir les conditions (b), (c) et (d) de Sauer, puisque les formules IV-6-7 sont spécifiques à la force G-0 et aux approximations de notre calcul. Toutefois, elles peuvent suggérer une tendance. Dans ce cas, l'approximation du point (b) serait à reconsidérer.

Les différences sur les énergies individuelles sont aussi importantes. Cependant, si l'on considère les corrections aux énergies potentielle et cinétique, que nous avons évaluées plus haut,

$$\Delta e_i = \Delta t_i + \Delta v_i$$

les résultats sont cohérents. Ceci ne s'applique pas aux écarts spin-orbite, qui sont deux fois plus grands dans notre calcul. Cette différence est certainement due à l'omission de la force tenseur dans la LDA, et à l'ajustement phénoménologique de l'intensité de la force spin-orbite. Si ces forces étaient correctement considérées dans notre calcul, l'accord avec l'expérience serait probablement détérioré.

Les deux dernières colonnes de la table IV-5 montrent les résultats de la LDA (DDHF) (les termes de réarrangement sont inclus sans renormalisation de la force) et ceux de RBHF. Pour les raisons déjà évoquées, cette comparaison nous semble beaucoup plus difficile.

V - RESULTATS POUR LES NOYAUX DOUBLEMENT MAGIQUES

Les résultats présentés dans ce chapitre concernent les noyaux à doubles couches fermées, calculées avec la force G-0 renormalisée à $E_s = 16.5$ MeV et $k_s = 1.35$ fm^{-1}. La même analyse n'a pas été poursuivie pour les forces G-1 et G-3, car la renormalisation optimale de ces forces n'a pas été étudiée en détail. Quelques résultats partiels pour G-1 et G-3 seront cependant présentés, qui nous permettront de déceler des différences significatives.

V.1 - ENERGIES DE LIAISON

Les résultats pour ^{16}O et ^{208}Pb ont déjà été évoqués dans le chapitre IV. La figure V-1 montre l'énergie de liaison par particule calculée avec G-0, comparée à l'expérience et aux résultats d'autres calculs. Malgré l'excès de 0.2 MeV de liaison dans les noyaux lourds par rapport aux légers, nos résultats sont supérieurs à ceux de Negele, qui présentent le même défaut de façon plus accentuée. Si la contribution au champ central de la force spin-orbite dans les noyaux non saturés en spin était ajoutée aux énergies de Negele, le Pb serait presque correctement lié, mais dans ^{16}O l'écart resterait de plus de 1.2 MeV par particule. Les résultats de Nemeth et Vautherin (NV 70) suivent une tendance opposée, les noyaux lourds étant très sous-liés. Cette tendance serait en partie corrigée par la contribution au champ central de la force spin-orbite, mais la faible énergie de liaison du noyau ^{48}Ca resterait difficile à expliquer.

Revenant à nos résultats, si l'on considère toutes les contributions introduites au chapitre III, l'énergie de liaison totale peut s'écrire sous la forme :

$$E_T = E_D \text{ (eq. III.20)} + E_X \text{ (eq. III.26)} + E_W \text{(eq. III.31)} + E_{LS} \text{(eq. III.35)} + E_{COUL} + E_{CM} + T \qquad (V.1)$$

L'énergie coulombienne E_{COUL} et l'énergie du centre de masse E_{CM} ont été examinées aux paragraphes (III. 6-5) et (III. 7) respectivement ; T est l'énergie cinétique.

Sur la figure V-2 est représentée une décomposition différente de l'énergie totale par particule, où l'énergie de Hartree-Fock E_{HF} correspond à la définition usuelle

$$E_{HF} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha} \hat{f}_a \, (t_\alpha + e_\alpha) \qquad (V.2)$$

t_α est l'énergie cinétique, et les énergies individuelles e_α sont définies par (III.3), et calculées en pratique par les équations (III.18). L'énergie E_{HF}, qui est le résultat d'une compensation entre les énergies cinétique et potentielle, représente la plus large contribution à l'énergie totale E_T ; elle suit de près le comportement de E_T en fonction du nombre de masse.

La variation du terme de l'interaction dépendant de la densité fait apparaître les potentiels de réarrangement, v^{DR} et v^{ExR} donnés par les équations (III.25) et (III.29), auxquels correspond l'énergie

$$E_R = -2\pi \sum_\tau \int \rho_\tau(r) \left[v_\tau^{DR}(r) + v^{ExR}(r) \right] r^2 \, dr \qquad (V.3)$$

De même, la dépendance en densité de la force W donne lieu à l'énergie

$$E_{WR} = -2\pi \int \left[\rho_p(r) + \rho_n(r) \right] v^{WR}(r) \, r^2 \, dr \qquad (V.4)$$

que nous séparons du terme (V.3) et où v^{WR} est défini par (III.33).

A partir des différentes définitions [(V.1) à (V.4)], il est facile de montrer que l'expression

$$E_T = E_{HF} + E_R + E_{WR} + E_{CM} \qquad (V.5)$$

est équivalente à la définition (V.1). Cette équivalence n'est réalisée qu'une fois la self-consistance obtenue, et il est intéressant de vérifier la convergence des quantités (V.1) et (V.5) pendant le processus d'itération.

Sur la figure V-2 on remarque l'importance du terme E_R, qui permet d'obtenir un bon accord pour l'énergie totale sans que E_{HF} soit très grand, ce qui aurait pour fâcheux effet d'augmenter les énergies de séparation (voir table V-1) et de réduire les rayons.

Plusieurs termes de la décomposition (V-1) sont également représentés sur la figure V-2. L'énergie due à la force L-S a déjà été discutée au paragraphe (III.6-4).

La contribution de la force W est pratiquement constante en fonction du nombre de masse. De ce point de vue, l'approximation qui consiste à remplacer cette contribution par une renormalisation de la force G-0 à 17 MeV, comme il a été fait dans un récent calcul des noyaux légers déformés [CuS 73], ne semble pas totalement justifiée.

L'énergie du centre de masse E_{CM} représente une correction très importante dans les noyaux légers (40 % de l'énergie totale pour ^{4}He, près de 10 % pour ^{16}O). Du fait des incertitudes qui sont associés à cette correction, les énergies totales calculées pour les noyaux légers (Cf. Chapitre VI) ne peuvent pas être considérées comme étant très significatives.

Une analyse aussi détaillée n'a pas été poursuivie pour les forces G-1 et G-3. La table V-2 montre, seulement pour ^{40}Ca et ^{208}Pb, les valeurs de E_T et E_R relatives aux trois forces G-0, G-1, G-3, renormalisées pour saturer la matière nucléaire à $k_s = 1.35$ fm^{-1} et $E_s = 16.5$ MeV . On remarque que les énergies calculées avec G-0 et G-1 sont très similaires, tandis que celles calculées avec G-3 sont sensiblement plus faibles. Ce résultat est cohérent avec le comportement dans la matière nucléaire (fig. II-5). On remarquera, en effet, que pour les densités inférieures à la densité de saturation (pratiquement les seules qui interviennent dans les noyaux finis) les courbes de saturation de G-0 et G-1 sont très similaires, tandis que celle de G-3 donne moins d'énergie de liaison.

La comparaison des résultats de la table V-2 avec l'expérience est moins significative, du fait que la renormalisation optimale n'est pas forcément la même pour les trois forces. L'interaction G-3 semble accentuer les défauts de G-0, en ce qui concerne l'excès de liaison des noyaux lourds par rapport aux légers, et la variation trop lente des rayons en fonction du nombre de masse. Ceci dit il n'apparaît pas clairement quel aspect particulier de la force G-0 est déterminant dans l'obtention des meilleurs résultats. Nous rappellerons toutefois que la dépendance en densité de la force G-0 est en très bon accord avec celle de la matrice G, tandis que la dépendance linéaire de G-3 n'est pas bien adaptée.

V.2 - ENERGIES INDIVIDUELLES

Nous allons examiner successivement l'influence de la définition de l'énergie de départ et celle de l'énergie de symétrie sur le comportement des énergies individuelles, qui seront ensuite comparées aux valeurs expérimentales.

V.2-1 Influence de la définition de l'énergie de départ

Nous avons discuté dans III.5-3 la difficulté de définir correctement dans un noyau fini l'énergie de départ $W_{\alpha\beta}$. Pour illustrer cette difficulté nous avons effectué cinq types différents de calculs en utilisant les prescriptions suivantes (ΔW a été défini au paragraphe III.6-3) :

(a) $\Delta W_{\alpha\beta} \equiv 0$

(b) $\Delta W_{\alpha\beta}$ Prescription de Negele, avec $W_{\alpha\beta}$ défini par les équations (III.16)

(c) $\Delta W_{\alpha\beta}$ défini comme dans (b), mais une fois la self-consistance obtenue, l'énergie ϵ_α de chaque état est corrigée par perturbation au premier ordre. On utilise pour cette perturbation la valeur de $\Delta W_{\alpha\beta}$ (non moyennée) qui correspond exactement aux énergies des états α et β .

(d) Une même valeur moyenne $\Delta W_{\alpha\beta} = \overline{\Delta W}$ est utilisée pour tous les états.

(e) $\Delta W_{\alpha\beta}$ est défini comme dans (d), mais une perturbation est introduite après la self-consistance comme dans (c).

Les résultats pour le ^{40}Ca sont représentés et comparés à la situation expérimentale dans la figure V-3. Dans le cas (a) l'énergie de séparation est satisfaisante et l'ordre des niveaux est correct. Quand on ajoute la force W avec la prescription (b), les niveaux deviennent plus liés et l'ordre des états $2s_{1/2}$ et $1d_{3/2}$ est inversé, ce qui traduit le fait que la force W est plus attractive pour l'état $1d_{3/2}$ qui a un seul noeud, que pour l'état $2s_{1/2}$ qui en a deux. Par ailleurs quand on ajoute aux résultats de (b) la correction perturbative (c), l'ordre correct réapparaît. Evidemment, la perturbation détruit l'orthogonalité des fonctions 2s et 1s, mais leur recouvrement n'est pas très grand $< 1s | 2s > = - 0.02$.

Les résultats de (d) et (e) sont respectivement comparables à ceux de (b) et (c). Ceci est intéressant, d'abord parce que (d) est une prescription extrêmement simple, mais aussi parce que la ressemblance de (c) et (e) donne dans ce cas particulier confiance en la validité des perturbations au premier ordre. Par ailleurs, les quantités calculées avec les fonctions d'onde provenant de (c), telles que les densités, ne diffèrent pas sensiblement de celles calculées à partir de (b).

Les états profonds de protons n'apparaissent pas assez liés. La prescription, définie dans (III.16), qui consiste à retirer l'énergie de Coulomb dans le calcul de la force W pour les protons contribue à rendre ces états moins liés. Mais simultanément elle place les niveaux des protons près de la surface de Fermi à une bonne position par rapport aux niveaux des neutrons.

Les précédentes conclusions s'appliquent également au ^{208}Pb. L'inconsistance de l'approximation (b) est plus clairement mise en évidence dans la figure V-4, où sont représentées, pour tous les états du ^{208}Pb, les différences $\Delta\varepsilon_\alpha$ entre les énergies individuelles données par les prescriptions (a) et (b)

$$\Delta\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\alpha^{(a)} - \varepsilon_\alpha^{(b)} \qquad (V.7)$$

Ces quantités peuvent se calculer soit directement à partir des résultats self-consistants, soit de façon perturbative par

$$\Delta\varepsilon_\alpha = \int u_\alpha^2(r)\, v_\alpha^W(r)\, dr \qquad (V.8)$$

où $v_\alpha^W(r)$ est le champ de Hartree-Fock défini par (III.32). Pour les états $ns_{1/2}$ avec $n = 1,2,3$ les déplacements $\Delta\varepsilon$ sont respectivement de -1.03, -0.55 et - 0.68 MeV. Cette décroissance reflète simplement le fait que dans l'approximation (b) le champ v^W est le même pour ces trois niveaux, tandis que le nombre de noeuds réduit l'intégrale (V.8). Pour des états proches de la surface dont les énergies sont de l'ordre de 2 MeV, comme $3s_{1/2}$ et $1h_{11/2}$, les déplacements sont pour la même raison respectivement de -0.8 et - 3.5 MeV.

La figure V-5 montre les niveaux occupés proches de la surface de Fermi, dans les approximations (b) et (c). Quand la perturbation (c) est ajoutée, les niveaux avec $n = 1$ se déplacent très peu ; ce changement est seulement dû à celui des autres niveaux. Mais pour les états de moment angulaire petit et avec $n > 1$ on assigne alors une énergie plus petite que dans le cas (b) ; il en résulte un changement important du champ moyen qui crée une dépression des énergies ε très marquée. Cet effet resserre sensiblement les quatre états proches de la surface de Fermi. Pour les six états de la figure V-5 avec la prescription (b) la densité des niveaux des neutrons est 1.7 fois trop faible, et celle des protons 1.4 fois. Avec la prescription (c) on a respectivement une dilatation de 1.4 et 1.2.

V.2-2 Dépendance des énergies individuelles sur l'énergie de symétrie

Une autre caractéristique de l'interaction qui influence sensiblement les énergies individuelles est l'énergie de symétrie correspondante.

Nous avons déjà discuté l'indétermination dans le choix de l'énergie de symétrie à propos de la renormalisation de la force. Ici encore, les formules de masse ne nous fournissent qu'un domaine de plausibilité pour la valeur de S. Aussi avons-nous examiné les résultats des noyaux finis pour différentes valeurs compatibles avec cette estimation.

Comme il a été expliqué en IV-3 ces changements raisonnables de S s'obtiennent en modifiant la renormalisation relative des états $^3S_1$ et $^1S_0$. Lorsque cette renormalisation est égale, nous obtenons S = 33.8 MeV ; lorsque toute la renormalisation est dans l'état $^3S_1$, S = 36 MeV ; on peut encore obtenir S = 38 MeV en doublant la renormalisation de $^3S_1$ et en renormalisant $^1S_0$ d'une unité en sens inverse. Cette dernière procédure pourrait se justifier par le fait qu'une telle renormalisation tiendrait compte en partie de la contribution des amas à trois corps, et que cette contribution est répulsive dans l'état $^1S_0$.

La figure V-6 montre l'effet de variation de S sur les niveaux du ^{208}Pb. Le choix S = 36 donne une position relative des niveaux des protons et neutrons satisfaisante, avec une erreur semblable sur les énergies de séparation Sn et Sp. Dans ce cas toute la renormalisation est dans la force triplet. Les paramètres de renormalisation sont alors $\alpha(^3S_1) = 0.175$, $\alpha(^1S_0) = 0$;

$\gamma\ (^3S_1) = \gamma\ (^1S_0) = -\ 0.313$. Sur la même figure, nous montrons l'effet obtenu en utilisant la moyenne géométrique au lieu de la moyenne arithmétique des densités. Il a déjà été dit au paragraphe IV-3 que dans ce deuxième cas la force produit une énergie de symétrie de 28 MeV seulement, ce qui est dû à la contribution négative de l'énergie de symétrie de réarrangement. On remarque que l'effet sur les niveaux est le même que celui obtenu en réduisant S de 4 MeV (de 38 à 34 MeV), ce qui est cohérent avec notre résultat dans la matière nucléaire. Si pour des raisons de simplicité on voulait utiliser la moyenne géométrique, il faudrait donc renormaliser la force jusqu'à obtenir S = 40 MeV dans la matière nucléaire, ce qui semble être une valeur en dehors du domaine compatible avec les formules de masse.

V.2-3 Comparaison avec les énergies expérimentales

Compte tenu de toutes les incertitudes énumérées, nos quantités ϵ_α se comparent relativement bien aux énergies de particule expérimentales. La table V-3 montre l'ensemble des résultats. Les valeurs expérimentales proviennent des références (JAKL 69, ES 67, L 71, BM 69, LHP 68, R 68). On peut faire les remarques suivantes : (i) les énergies de séparation (définies comme énergies de la dernière orbite occupée) sont assez correctes, encore que systématiquement supérieures aux valeurs expérimentales de 0.5 MeV en moyenne. Sur ce point, il faut signaler l'importance des termes de réarrangement, en l'absence desquels il faudrait des états de particule beaucoup plus profonds pour obtenir la même énergie de liaison totale. (ii) L'ordre des niveaux est en général bien reproduit. La force W est responsable de l'inversion de l'ordre de certains niveaux comme par exemple $1d_{3/2}$ et $2s_{1/2}$ (protons et neutrons) dans le ^{40}Ca et $2f_{5/2}$ et $3p_{3/2}$ (neutrons) dans le ^{208}Pb. Ceci est lié aux difficultés déjà signalées de la prescription (b). (iii) La densité de niveaux, pour les noyaux où cette définition a un sens, est trop faible d'environ 20 % pour les protons et de 40 % pour les neutrons.

V.3 - DENSITES DE CHARGE

C'est la recherche d'un comportement correct des rayons de charge qui a imposé la plus forte contrainte sur la renormalisation de la force. Notre choix correspond à un compromis, et il en résulte que les rayons sont légèrement trop grands pour les noyaux légers et trop faibles pour les lourds. Le rayon quadratique n'est par ailleurs que l'un des moments de la distribution. Les mesures récentes de diffusion élastique d'électrons à haut transfert et des énergies de transition dans les atomes μ-mésiques fournissent une information beaucoup plus détaillée des densités de charge.

Nous avons calculé exactement, au moyen d'un développement en ondes partielles, la diffusion d'un électron relativiste par le potentiel central crée par la distribution de charge, mais on n'a pas tenu compte des corrections radiatives ni des corrections de dispersion. Nous avons utilisé successivement le code ALS617 de Saclay et un code développé à Stanford que nous a procuré J. Heisenberg.

En ce qui concerne les atomes μ-mésiques, nous avons mis au point un programme de résolution de l'équation de Dirac pour les états liés. Les corrections dues à la polarisation du vide et au Lamb shift ont été prises en considération. Une description des méthodes employées est donnée dans l'Appendice A.

Dans les paragraphes suivants nous examinons, séparément pour chaque noyau, dans quelle mesure les résultats expérimentaux sont décrits par les distributions calculées.

^4He

Le facteur de force de ^4He a fait l'objet d'un grand nombre de

travaux récents, dont la plupart avaient pour but la mise en évidence des corrélations à deux corps. La validité des conclusions de ce type d'analyse peut toutefois être mise en doute, après la démonstration par Gaudin, Ripka et Gillespie (RG 70), (GGR 71), de ce que les facteurs de corrélation de Jastrow apportent des corrections spurieuses aux déterminants de Slater. Par ailleurs, Frosch (F 71) a obtenu un ajustement très satisfaisant du facteur de forme en utilisant des fonctions d'onde de particules indépendantes, solutions d'un hamiltonien à un corps extrêmement simple, encore qu'irréaliste.

Il est clair que l'application de notre approximation à ce problème (CMS 72), peut difficilement apporter un élément nouveau à cette polémique. Nous l'avons cependant considéré comme un cas limite de notre analyse, pouvant éventuellement nous fournir des renseignements sur le comportement de la force effective à faible densité.

La correction du mouvement du centre de masse est dans ce cas un élément d'incertitude très important. On remarque sur la figure V-2, calculée comme étant $\frac{3}{4}\hbar\omega$, qu'elle corrige l'énergie totale de 3 MeV. La correction self-consistante, dans laquelle on minimise $H-P^2/2M$ (cf. paragraphe III-6), donne pratiquement la même contribution. Il en est autrement pour les rayons de charge, qui valent respectivement 1.91 fm et 1.78 fm. C'est la réduction de l'énergie cinétique pendant le processus de convergence qui produit cette diminution très sensible du rayon. Les énergies de séparation passent de -15 MeV à - 20 MeV, cette dernière valeur étant très proche de l'expérience. Dans chaque cas, il est possible de trouver une fonction d'oscillateur qui a un recouvrement de 0.998 avec les solutions H.F.

Le facteur de forme a été calculé par la formule

$$F_{ch}(q) = F_p(q^2) \quad \rho_{CM}(q) \tag{V.9}$$

où :

$$\rho_{CM}(q) = (4\pi e^{-q^2 B^2/4})^{-1} \quad \rho_{HF}(q) \tag{V.10}$$

a été obtenue en prenant la transformée de Fourier de (III.43), et $F_p(q^2)$ le facteur de forme du proton, pour lequel nous avons utilisé une distribution exponentielle :

$$F_p(q^2) = (1 + a^2 q^2)^{-2}$$
$$a^2 = 0.05561 \text{ fm}^2 \tag{V.11}$$

Les points expérimentaux (FMRY 67) et les résultats théoriques concernant le facteur de forme de ^{4}He sont représentés sur la figure V-7. La courbe (a) correspond à la correction standard (éq. V. 9) du centre de masse, et (b) à la correction self-consistante. On remarquera la sensibilité des résultats à la prescription choisie. A faible transfert, le comportement de la courbe (b) est meilleur, ce qui exprime le fait que le rayon est plus proche de la valeur expérimentale ($r_{ch}^{exp} \simeq 1.63 \pm 0.04$ fm), encore que toujours trop grand. Ce comportement des rayons, nous l'avons déjà remarqué, est commun à tous les noyaux légers, et s'accentue avec la diminution du nombre de particules.

Quoique ce soit une hypothèse difficile à justifier, nous pouvons supposer pour un moment que dans les noyaux légers, les corrections d'ordre supérieur favorisent une renormalisation à plus haute densité que dans les noyaux lourds. La courbe (c) montre le facteur de forme calculé avec la force G-0 renormalisée à $E_s = 16.5$ MeV et $k_s = 1.44$ fm^{-1}. Le comportement à bas transfert

est clairement amélioré et le minimum apparaît maintenant bien placé, mais la hauteur du second maximum est encore trop petite d'un facteur 2.

Une estimation plus réaliste des corrections à apporter à notre approximation peut sans doute être tirée du travail de Ciofi degli Atti et Kallio (CK 71), sur la relation entre les approximations de Jastrow et Brueckner dans ^{4}He. Ces auteurs ont calculé les corrections de types particule-trou et deux-particules-deux-trous. Notre facteur de forme correspond uniquement à la contribution à l'ordre le plus bas, c'est-à-dire à celle de la fonction d'onde modèle. Les corrections particule-trou ne sont pas à considérer puisque notre solution satisfait la self-consistance d'Hartree-Fock. Nous n'avons pas calculé l'influence des corrections 2p-2t sur le facteur de forme, mais une hypothèse raisonnable consiste à supposer que ces corrections seraient du même ordre de grandeur que celles calculées par Ciofi et Kallio : 10^{-2} à $q^2 = 5$ fm^{-2}, diminuant linéairement jusqu'à 10^{-3} à $q^2 = 25$ fm^{-2}. Si cette correction est ajoutée à la courbe (b), le résultat est assez satisfaisant. A faible transfert on retrouve pratiquement la courbe (c) ; le maximum est faiblement réduit, mais le minimum est maintenant bien placé. Ce qui est plus intéressant, c'est que ce résultat suggère que les corrections 2p-2t peuvent corriger la tendance des densités à être trop diffuses et celle des rayons de charge à être trop grands dans les noyaux légers. Cette hypothèse semble corroborée par le calcul de Negele dans le ^{40}Ca, qui trouve une correction allant dans le même sens, mais plus faible.

^{16}O

Nous retrouvons une situation assez semblable pour ^{16}O. Le rayon de charge calculé est trop grand de 0.02 fm, ce qui conduit déjà à un comportement incorrect à bas transfert. Calculé d'après les résultats expérimentaux du groupe de Stanford (Si 72), le pourcentage de déviation défini par

$$\delta(\theta) = \left[\frac{\sigma(\theta)_{Th} - \sigma(\theta)_{Exp}}{\sigma(\theta)_{Th} + \sigma(\theta)_{Exp}} \right] 200 \qquad (V.12)$$

a été représenté sur la figure V-8. On remarque que le premier minimum est déplacé d'environ 2° ($\Delta q \simeq 0.04$ fm^{-1}) ; dans le deuxième maximum la déviation est de l'ordre de - 50 %. D'autres calculs utilisant l'approximation de densité locale rencontrent les mêmes difficultés.

Le facteur de forme, calculé suivant (V.9) est représenté sur la figure V-9 ; il est comparé aux résultats de Sick et Mac Carthy (S Mc 70), qui couvrent un domaine de transferts très étendu ($q \leq 4$ fm^{-1}). Encore que déplacé de 0.1 fm^{-1}, notre facteur de forme fait apparaître le deuxième minimum. Ce résultat est intéressant, si l'on se souvient des difficultés rencontrées pour reproduire ce minimum, dans les analyses phénoménologiques.

^{40}Ca

La figure V-11 montre les déviations par rapport aux données expérimentales de la diffusion à 249 MeV, pour trois différentes renormalisations de la force G-0. Ces déviations correspondant à la renormalisation que nous avons appelée standard (représentées par des cercles clairs sur la figure) sont importantes, même à bas transfert.

Pour mettre en évidence la sensibilité de ce résultat aux détails

de la renormalisation, nous avons montré sur la figure V-11 les déviations pour la force renormalisée à $k_s = 1.34$ fm^{-1} (cercles noirs) et à $k_s = 1.36$ fm^{-1} (triangles). Malgré la réduction considérable de $\delta(\theta)$ quand k_s augmente il n'est pas possible de conclure qu'une renormalisation qui reproduirait le rayon expérimental fournirait une description complètement satisfaisante de la diffusion d'électrons. On remarque en effet sur la table V-4 que les rayons de charge correspondant à ces deux renormalisations sont respectivement plus grand et plus petit que la valeur expérimentale.

Une information supplémentaire sur l'origine de ces difficultés se trouve sur la figure V-12. Par rapport à la distribution phénoménologique (du type de fermi), les trois densités calculées montrent une valeur plus faible au centre et une trop grande diffusivité. Par ailleurs elles décroissent plus rapidement à longue distance, mais ce dernier point constitue probablement un défaut des distributions de Fermi puisque les énergies de séparation calculées sont très proches des énergies expérimentales.

Dans le domaine des transferts de la figure V-11, c'est cependant l'excès de diffusivité qui est le principal responsable du désaccord. A ce sujet, il est intéressant de constater que la différence entre distributions de charge calculées et distributions phénoménologiques ressemble fortement à la correction apportée par les corrélations 2p-2h (N 70), cette dernière étant toutefois 3 fois plus faible. Encore que l'estimation faite par Negele soit très schématique, et qu'elle dépende quelque peu de la force et des fonctions d'onde utilisées, nous avons ajouté cette correction à notre densité. La faible réduction de diffusivité qui en résulte fait diminuer très nettement les déviations (figure V-14). Nos résultats sont alors satisfaisants même à grand transfert. Il n'est pas exclu cependant, que d'autres diagrammes dans le développement de la densité puissent apporter des corrections appréciables et détériorer quelque peu cet accord.

^{90}Zr

Pour le ^{90}Zr les données expérimentales de diffusion à 300 MeV (FTS 71) couvrent le domaine $0.56 \leq q \leq 2.96$ fm^{-1}. Le rayon de charge calculé coïncide avec celui de la meilleure distribution phénoménologique, et les résultats sont très satisfaisants (fig. V-14) à bas transfert.

Une estimation de l'importance des corrélations d'appariement peut être obtenue à partir d'un calcul de BCS. On remarque sur la table V-3, que dans le cas du ^{90}Zr, le gap entre états occupés et inoccupés de protons est seulement de 0.68 MeV ; on peut donc s'attendre à des variations importantes des probabilités d'occupation des états proches de la surface de Fermi. Nous avons fait un calcul simple utilisant une force de pairing J = 0, T = 1 à éléments de matrice constants. Pour une valeur G = 0.28 MeV, les probabilités d'occupation $N_\alpha = (2j_\alpha + 1)\, v_\alpha^2$ sont les suivantes :

$N(2p_{3/2}) = 3.77$, $N(1f_{5/2}) = 5.94$, $N(2p_{1/2}) = 0.76$, $N(1g_{9/2}) = 1.51$, $N(1g_{7/2}) = 0.02$. Ces valeurs sont très proches de celles calculées par Negele en utilisant les éléments de matrice de la vraie interaction effective (N 71).

Dans cette approximation, la densité à un corps s'écrit sous la forme :

$$\rho_{BCS}(r) = \frac{1}{4\pi r^2} \sum_\alpha N_\alpha u_\alpha^2 \qquad (V.13)$$

L'effet principal des corrélations d'appariement est de vider l'état $2p_{1/2}$ et de remplir $1h_{9/2}$. Il en résulte une réduction de l'oscillation de la densité à 1.8 fm (figure V-10) et un déplacement des particules vers la surface. Les données expérimentales de la diffusion d'électrons sont ainsi mieux reproduites pour des transferts moyens, mais aux grands angles les résultats sont très sensibles aux probabilités d'occupation.

Les énergies des transitions muoniques les plus sensibles aux détails de la surface nucléaire sont présentées sur la table V-5. L'accord avec l'expérience (E 68), peut être considéré comme très satisfaisant, ce qui est cohérent avec les conclusions précédentes sur la diffusion à bas transfert.

Comparativement, pour la distribution calculée avec la force de Skyrme - II, la situation est moins favorable. Le rayon de charge est de 0.03 fm trop grand, ce qui se manifeste clairement sur les énergies de transition calculées.

^{208}Pb

Pour le ^{208}Pb la situation nous paraît meilleure. Sur la figure V-15 sont représentées les densités calculées avec les forces G-0, G-1 et G-3, renormalisées à $E_s = -16.5$ MeV et $k_s = 1.35$ fm^{-1}. La courbe en pointillés représente la distribution phénoménologique déterminée par Heisenberg et al. (HHMcS 69), d'après les mesures de la diffusion à 502 MeV. La région de la surface est très bien reproduite, particulièrement entre 5 et 7.5 fm. Comme dans le ^{40}Ca, à grande distance la densité de H.F. décroît plus rapidement que la fonction de Fermi modifiée. Dans la région centrale, elle a une valeur plus grande et présente les oscillations dues aux effets de couche, typiques de tous les calculs de H.F.

Sur la même figure V-15 on observe que les forces G-1 et G-3 présentent une plus grande densité centrale que G-0, la diffusivité étant plus faible et la décroissance plus rapide à grande distance. Une différence essentielle entre les trois forces dans la matière nucléaire est la valeur du module d'incompressibilité qui vaut K = 190, 213 et 295 MeV respectivement pour G-0, G-1 et G-3. Ce domaine de variation de K est trop réduit pour établir de façon certaine une corrélation avec les propriétés des densités, mais les effets que nous venons de décrire se comportent de façon cohérente.

L'amplitude des oscillations est peu différente pour les trois forces ; elle est cependant le tiers de celle de la densité calculée avec la force B1 (V 69). Cette différence ne peut pas être imputée à l'incompressibilité puisque K = 190 MeV pour B1. Une interprétation simple fait intervenir la dépendance en densité. L'intensité de la force G-0 est modulée par la valeur de la densité à chaque point. Par rapport à une valeur moyenne, la force devient plus attractive dans les régions de faible densité d'une oscillation et moins attractive dans les régions de forte densité. Ceci tend à augmenter le nombre de particules dans la première région et à le réduire dans la deuxième, réduisant en définitive l'amplitude de l'oscillation.

Une information complémentaire au sujet de ces oscillations, peut s'obtenir à partir de la figure V-16 où nous avons dessiné la contribution des différentes couches majeures à la densité totale des protons. Il apparaît clairement que la longueur d'onde des oscillations que présente ρ_p coïncide très exactement avec celle de la couche $3s_{1/2} - 1g_{7/2}$.

La figure V-17 montre les déviations $\delta(\theta)$ de nos résultats par rapport aux mesures à 502 MeV. A faible q nos résultats sont excellents. A plus grand transfert, les quatre minima sont bien placés, encore que des écarts importants apparaissent à partir de 2 fm^{-1}.

Le calcul des énergies de l'atome μ-mésique permet toutefois de déceler une insuffisance dans le comportement de la densité à la surface. Le fait que toutes les énergies calculées sont plus grandes que celles mesurées par Anderson (A 69) (table V-5) semble indiquer une certaine compression de l'échelle radiale, ce qui n'apparaissaît pas dans la comparaison avec la densité définie par les mesures de diffusion à 500 MeV (figure V-15). Nous reviendrons dans un moment sur cette question. Pour la force de Skyrme-II (VB 72) les écarts sont du

même ordre, mais de signe contraire.

La confrontation avec les résultats expérimentaux peut se faire sous une autre forme moins directe, mais tout aussi instructive. Ford et Wills (FW 69) ont remarqué les premiers que l'énergie de chaque transition muonique détermine un certain moment radial de la distribution de charge :

$$R_k = \left[\frac{k+3}{3} < r^k > \right]^{1/k}$$

Une description détaillée de cette technique se trouve dans l'Appendice B.

Sur la figure V-18 nous avons rapporté les résultats d'une analyse faite dans cette optique par Ford et Rinker (FR 73) des mesures récentes d'Anderson (A 73). Ce mode d'analyse fixe seulement avec précision les moments d'ordre peu élevé ($k < 4$) et laisse donc une grande incertitude dans la détermination de $\rho(r)$. Pour ces petites valeurs de k, la pente de la courbe R_k est principalement sensible aux détails de la surface nucléaire. Elle augmente quand la diffusivité de la surface augmente. Les données de la diffusion d'électrons à haute énergie semblent déterminer une forme plus précise de $\rho(r)$. Cependant, si l'on rapporte sur la même figure les moments correspondants aux densités équivalentes (pour la diffusion d'électrons) définies par le groupe de Stanford (HHMcSC 69), on remarque une certaine indétermination dans l'échelle radiale. La pente est toutefois invariante et très proche de celle fixée par les atomes μ-mésiques. La ligne ($e+\mu$) de la figure V-18 correspond à la distribution :

$$\rho(r) = \rho_o \left[1 + Wr^2/c^2\right] \left[1 + \exp\left\{(r^n - c^n) / Z^n\right\}\right]^{-1}$$

avec $c = 6.3032$ fm, $Z = 2.8882$ fm, $W = 0.3379$, $n = 2$), qui a été ajustée sur les mesures à 250 MeV et sur les résultats plus anciens d'Anderson (A 69), mais qui ne reproduit pas les mesures à 500 MeV. La courbe (e^-) correspond au meilleur ajustement de ces dernières données. Cette apparente incompatibilité peut se comprendre puisque les expériences à grand transfert déterminent avec davantage de précision les moments d'ordre plus élevé, comme le suggère le développement du facteur de forme à l'approximation de Born :

$$F(q) = 1 + q^2 < r^2 > / 3! + q^4 < r^4 > / 5! + \ldots$$

La difficulté de reproduire tous les moments à la fois est simplement une conséquence de la trop grande rigidité des distributions phénoménologiques.

Pour la densité calculée avec la force G-0 renormalisée à $k_F = 1.35$ fm^{-1} les moments considérés sont systématiquement trop petits d'environ 0.07 fm. Comme la pente est correcte, ceci indiquerait une description satisfaisante de l'épaisseur de surface, mais une certaine compression de l'échelle radiale (paramètre c des distributions phénoménologiques). Une correction considérable dans le sens souhaité s'obtient en renormalisant la force à k_F=1.34fm^{-1}, comme il est montré sur la même figure (V-18). Ce déplacement de la position de la surface s'accompagne d'une réduction de la densité centrale, ce qui a comme autre conséquence favorable l'amélioration des résultats de la diffusion d'électrons à très grand transfert. En tenant compte de l'effet probable des corrélations 2p-2h dans les noyaux légers, une renormalisation à $k_F = 1.34$ fm^{-1} apparaît finalement comme un meilleur compromis.

Par ailleurs, il est intéressant de remarquer que pour le ^{208}Pb les corrélations peuvent produire également un effet dans le sens souhaité. L'état $3s_{1/2}$ responsable en partie du maximum central (figure V-10) peut être partiellement vidé, et la charge transférée vers les états $2f_{7/2}$ et $1h_{9/2}$, qui

contribuent principalement à la surface. Nous nous proposons d'étudier ultérieurement ces effets en détail.(*)

La figure V-18 représente également les moments des densités déterminées par les forces de Skyrme S-1 et S-4 et par la force B1. Les interactions S-I et S-II (VB 72) diffèrent de ce point de vue assez nettement. Pour la première on remarque une pente trop faible, ce qui est la conséquence d'une épaisseur de surface trop réduite, peut-être causée par la forte incompressibilité ($K \simeq 370$ MeV). Le comportement de S-II est plus satisfaisant et dans la région considérée les moments sont proches de ceux des densités phénoménologiques du groupe de Stanford. Finalement, pour la densité de B1, la pente trop forte met en évidence une grande épaisseur de surface, encore que certains moments (en particulier $k = 2$) soient proches de ceux déterminés par Ford et Rinker.

* Dans le calcul d'Agassi, Gillet et Lumbroso (AGL 69) les corrélations du type R.P.A. modifient le rayon quadratique du ^{208}Pb de + 0.02 fm. Toutefois, dans le cadre de notre approximation la signification de ces corrections ne nous apparaît pas clairement.

VI - RESULTATS POUR LES NOYAUX A COUCHES OUVERTES

VI.1 - INTRODUCTION

La qualité des résultats obtenus pour les noyaux magiques nous a encouragé à étendre cette étude à d'autres régions de la table périodique, dans le but de mettre en évidence les possibilités et les limites de notre modèle,notamment pour ce qui est de la prédiction des masses nucléaires, des effets de couches et des effets isotopiques.

Les noyaux à couches ouvertes ont été calculés dans l'approximation dite de "remplissage uniforme", souvent utilisée dans les calculs de Hartree-Fock de physique atomique. Cette approximation consiste à introduire un paramètre de remplissage qui détermine le nombre de particules occupant chaque orbite. Si l'on suppose que ces particules sont uniformément distribuées sur les $2j_\alpha+1$ sous-états magnétiques de l'orbite, la symétrie sphérique étant conservée, les variables angulaires peuvent encore être complètement éliminées des équations de Hartree-Fock. La seule différence avec les expressions du chapitre III est que les facteurs de dégénérescence 2j+1 sont maintenant pondérés par les paramètres de remplissage : $(2j_\alpha+1)\, v_\alpha^2$, où $0 \leq v_\alpha \leq 1$.

La validité de cette approximation dans les noyaux a été étudiée numériquement par Bassichis et Kerman (BK 70) en la comparant avec les résultats d'un calcul de Hartree-Fock déformé. Pour les noyaux peu déformés, ces auteurs concluent à la validité de cette approximation. Cette conclusion est corroborée par les résultats de calculs systématiques effectués avec les forces de Skyrme (F 73).

Dans les noyaux lourds, où le "gap" d'énergie entre les états occupés et inoccupés est très faible, il est par ailleurs nécessaire de tenir compte des effets d'appariement pour décider des probabilités d'occupation de chaque orbite. Nous avons introduit ces effets d'une manière self-consistante, encore qu'approximative. A chaque itération, on résoud les équations de BCS pour déterminer les probabilités d'occupation v_α^2 des différentes orbites proches de la surface de Fermi; les nouveaux champs de HF sont construits comme dans l'approximation de "remplissage uniforme" en tenant compte de ces probabilités d'occupation.

Les équations de BCS ont été écrites sous leur forme la plus simple, en utilisant une force d'appariement avec éléments constants. Le potentiel chimique λ, introduit comme multiplicateur de Lagrange pour assurer la conservation du nombre moyen de particules doit satisfaire l'équation :

$$\frac{1}{4}\, G \sum_j \frac{2j+1}{[(\varepsilon_j-\lambda)^2 + \Delta^2]^{\frac{1}{2}}} = 1 \qquad \text{(VI.1)}$$

où le gap Δ est défini par

$$\Delta = \tfrac{1}{2}\, G \sum_j (2j+1)\, u_j v_j$$

et les probabilités d'occupation sont données par

$$v_j^2 = \tfrac{1}{2}\left[1 - \frac{\epsilon_j - \lambda}{[(\epsilon_j - \lambda)^2 + \Delta^2]^{\frac{1}{2}}}\right] \; ; \; N = \sum_j \hat{j} v_j^2 \; ; \; u_j^2 + v_j^2 = 1$$

L'intensité G de la force d'appariement varie en fonction du nombre N de particules actives suivant la relation

$$G = 18/(11 + N). \qquad \text{(VI.2)}$$

Cette force est 20 % plus intense que celle utilisée dans d'autres calculs de BCS (KS 63, CL 65), pour compenser la dilatation de nos spectres H.F. par rapport à l'expérience. Dans ce modèle l'énergie totale du noyau est donnée par l'expression

$$E = \tfrac{1}{2} \sum_\alpha \hat{j}_\alpha (t_\alpha + \epsilon_\alpha) v_\alpha^2 + E_{Rear}(v_\alpha^2) - \tfrac{1}{2} \Delta \sum_\alpha \hat{j}_\alpha u_\alpha v_\alpha \qquad \text{(VI.3)}$$

où nous avons indiqué que l'énergie de réarrangement [eq. V-3] dépend maintenant explicitement des occupations v_α^2.

L'utilisation d'une force d'appariement à éléments de matrice constants a été évidemment motivée par un souci de simplicité. Par ailleurs, il faut souligner qu'il ne nous semblerait pas raisonnable d'utiliser pour calculer ces éléments de matrice la force G-0 telle que nous l'avons définie dans le chapitre I. Il suffit de se rappeler que cette force effective a été construite et renormalisée de manière que ses éléments de matrice diagonaux reproduisent les propriétés de la matière nucléaire. Il n'y a pas de raison de supposer que tous les éléments de matrice d'appariement de la forme originale sont ainsi correctement reproduits. Il faudrait donc revenir sur la définition de la force effective et imposer dès le départ cette nouvelle contrainte sur les éléments de matrice d'appariement pour pouvoir valablement calculer le gap à partir de notre interaction. Il n'est d'ailleurs pas certain que toutes ces contraintes puissent être satisfaites avec une force purement locale comme celle que nous utilisons.

Nous considérons la méthode ci-dessus comme une simple généralisation de l'approximation de remplissage uniforme permettant de tenir compte d'une manière self-consistante d'une grande partie des effets d'appariement. Sa justification en tant qu'approximation à la théorie de Hartree-Fock-Bogolyubov n'est cependant pas évidente.

VI.2 - MASSES DES NOYAUX ELOIGNES DE LA LIGNE DE STABILITE

La détermination des masses des noyaux éloignés de la ligne de stabilité constitue à notre avis un autre test très sévère de la validité de notre approximation, principalement en ce qui concerne la capacité de notre force effective à reproduire correctement l'énergie de symétrie. En effet, pour certaines séries d'isotopes, dont les masses sont connues expérimentalement, le coefficient d'asymétrie $\alpha = (N-Z)/A$ atteint des valeurs très supérieures à celles des noyaux doublement magiques considérés jusqu'ici. Nous avons plus particulièrement étudié les isotopes de He, O et Sn, dont les masses sont connues dans un très large domaine.

Encore qu'il soit assez surprenant que notre approximation donne des résultats satisfaisants pour ^{4}He, nous avons choisi cette série d'isotopes parce qu'elle permet d'atteindre les plus grandes asymétries parmi les noyaux dont les masses sont expérimentalement connues. Sur la figure (VI-1) sont représentées les énergies de liaison (par particule) expérimentales (ligne continue),

et celles calculées avec la force G-0 pour deux valeurs différentes de l'énergie de symétrie, S = 34 MeV (ligne pointillée) et S = 36 MeV (ligne discontinue). Cette dernière valeur, que nous avons adoptée précédemment à partir de l'examen des énergies de séparation des protons et neutrons dans les noyaux lourds, donne également un meilleur accord qualitatif avec les masses expérimentales.

Un point intéressant à souligner est que notre modèle prévoit correctement que le noyau ^{10}He est instable(de 2.2 MeV)par émission de deux neutrons. Par comparaison, la formule de Garvey-Kelson prévoit qu'il est instable par 5 MeV. La situation est moins favorable pour ^{6}He, puisqu'il est prévu instable par 2.4 MeV, alors qu'expérimentalement il est stable par 1.3 MeV. Remarquons cependant qu'un très faible réajustement de l'intensité de la force spin-orbite permettrait de remédier à cet inconvénient. Une contribution venant, pour ce noyau à couches ouvertes, de la déformation, devrait également être prise en considération et irait dans le même sens.

Les résultats pour les isotopes de l'oxygène sont aussi favorables (fig. VI-2). Nous remarquerons en particulier que la pente de la courbe des énergies de liaison calculées est tout à fait parallèle à celle des valeurs expérimentales, si nous considérons uniquement les noyaux pairs. Entre A = 13 et A = 20 nous avons aussi représenté les noyaux impairs. L'effet de "staggering" pair-impair n'apparaît pas sur les résultats calculés ; ceci est un défaut imputable à l'approximation de remplissage uniforme, qui ne tient pas compte correctement de la brisure de paires dans les noyaux impairs(toutefois il est connu que cet effet de brisure ne rend pas compte de l'effet de "staggering" sur les rayons).

Signalons aussi que le nombre magique N = 8 est bien reproduit et que tous les isotopes calculées avec $10 < A < 30$ sont stables par émission de deux neutrons, tandis que ^{10}O est instable par émission de protons, et que ^{30}O l'est par émission de neutrons. Expérimentalement à notre connaissance la "drip line" n'a pas encore été atteinte pour cette famille d'isotopes. Les énergies expérimentales de la figure (VI-2) proviennent de la table de Mattauch (M 65), exceptée celle pour A = 13 qui est un résultat plus récent de Trentelman et al. (T 71). Les isotopes 22, 23 et 24 ont été trouvés par Artukh et al. (A 69), mais leur masse n'est pas déterminée avec une précision suffisante.

Le résultat le plus frappant lorsque l'on regarde l'évolution du spectre de particules indépendantes en fonction du nombre de neutrons (fig. VI-3) est la stabilité des niveaux de neutrons et la rapide variation de ceux de protons. Ceci est une simple conséquence du fait que la force proton-neutron est nettement plus intense que la force entre particules identiques.

Pour calculer l'énergie de liaison des isotopes de l'étain (CSM 74) nous avons tenu compte de l'effet des corrélations d'appariement. Les orbites actives de neutrons entrant dans le calcul de BCS sont $1h_{11/2}$, $2d_{3/2}$, $3s_{1/2}$, $1g_{7/2}$, $2d_{5/2}$, $1g_{9/2}$ et $2p_{1/2}$. En ce qui concerne les protons, nous n'avons pas trouvé de solution non-triviale des équations de BCS pour aucun isotope , ce qui est une conséquence du fait que le gap entre l'état occupé $1g_{9/2}$ et les inoccupés $1g_{7/2}$ et $2d_{5/2}$ est de l'ordre de 6 MeV.

Une étude préliminaire a montré que la définition (d) de l'énergie de départ (cf. paragraphe V.2-1) permet de mieux reproduire que la prescription usuelle (b) les spectres et les probabilités d'occupation des états de neutrons. Ces dernières quantités sont comparées sur la figure (VI-4) aux valeurs expérimentales extraites des réactions (p,d) et (d,p) (CM 72). Compte tenu des incertitudes expérimentales l'accord peut être considéré comme satisfaisant, encore que certaines irrégularités qui semblaient se dégager des résultats expérimentaux ne soient pas reproduites par notre calcul BCS simplifié.

L'énergie d'appariement n'étant cependant que de quelques MeV, ces possibles insuffisances n'ont qu'une très faible incidence sur les valeurs des énergies de liaison totales, qui elles sont en excellent accord avec l'expérience

(fig. VI-5) : l'erreur sur B/A varie entre 5 et 12 keV par particule, soit entre 0.6 et 1.2 MeV sur l'énergie totale. Il faut souligner l'absence de paramètres libres dans ce calcul, puisque aussi bien la renormalisation de la force que de l'intensité du pairing G ont été préalablement déterminées sur un grand ensemble d'autres noyaux.

Mais probablement plus significatif que cet accord en valeur absolue, est le fait que la courbure de la parabole de masse est très bien reproduite, ce qui montre que notre force fournit une bonne énergie de symétrie. Cette énergie est pourtant de 36 MeV dans la matière nucléaire, soit environ 12 % plus élevée que la valeur couramment admise de 32 MeV, donnée par la formule semi-empirique de masse. Par comparaison, la force de Skyrme-II donne une parabole beaucoup trop ouverte, qui croise la courbe expérimentale pour A = 104 et A = 128, mais avec un défaut de 80 keV/part pour A = 112. Pour la nouvelle force S-III la situation est meilleure, encore que l'écart varie de 10 keV/part pour A = 104 et 124 à 40 keV/part pour 112. Cette force a cependant un très bon comportement, en ce qui concerne les masses, tout au long de la vallée de stabilité.

L'existence possible du noyau ^{100}Sn a récemment suscité un intérêt particulier. Ce noyau apparaît nettement dans notre calcul comme doublement magique. Si l'on corrige l'énergie calculée B/A = 8.235 MeV/ part par l'erreur moyenne sur l'énergie des isotopes de l'étain connus expérimentalement (laquelle est de 8 keV/part) nous prédisons pour ^{100}Sn une énergie B/A $\simeq$ 8.243 MeV/part.

En ce qui concerne le ^{90}Sn, noyau miroir du ^{90}Zr, nous avons trouvé seulement une énergie par particule de 7.337 MeV. Ce noyau est en outre vraisemblablement non stable par émission de protons. En effet, dans notre calcul du ^{90}Sn la dernière orbite de protons $1g_{9/2}$ n'est liée que par - 0.27 MeV. Comparant les énergies de séparation de protons de l'ensemble des isotopes de l'étain avec l'expérience, on remarque qu'elles sont systématiquement trop grandes d'environ 1 MeV bien que leur variation avec N soit très correcte. En tenant compte de cet écart constant, le niveau $1g_{9/2}$ du ^{90}Sn est probablement situé dans le continu.

Le comportement des niveaux de particule (figures VI-6 et VI-7) appelle en premier lieu la même remarque que pour ceux des isotopes de l'oxygène, c'est-à-dire stabilité des niveaux de neutrons et rapide variation de ceux des protons. Nous avons comparé les énergies H.F. des niveaux de neutrons à celles déterminées par la méthode de l'"Inverse Gap Equation" (GGR 67). Nous avons constaté que notre spectre est 20 % trop dilaté, mais que l'ordre des niveaux est presque toujours le même que celui fourni par cette méthode. On remarque par exemple le croisement des niveaux $1g_{7/2}$ et $2d_{5/2}$ qui a lieu dans les deux cas entre ^{120}Sn et ^{122}Sn. Par contre le niveau $1h_{11/2}$ décroît plus lentement dans notre calcul que dans I.G.E., et ne croise pas le niveau $3s_{1/2}$. Les variations parfois brusques que prédit cette dernière méthode sont absentes de notre calcul et elles sont d'ailleurs difficilement explicables dans une théorie du champ moyen. Elles peuvent peut être provenir de l'existence de mélanges d'états à 3 quasi-particules dans le spectre de basse énergie des isotopes impairs.

VI.3 - DEPLACEMENTS ISOTOPIQUES DE LA DENSITE DE CHARGE

VI.3-1 Introduction

Les différences entre les densités de charge de certaines séries d'isotopes sont à présent assez bien connues expérimentalement. Des informations cohérentes et complémentaires peuvent être obtenues essentiellement par trois méthodes (Bar 73, WW 69, Ki 71). Les mesures des déplacements des spectres optiques fournissent des informations précises et dénuées d'ambiguïtés d'interprétation théorique sur les changements $\delta < r^2 >$ des rayons quadratiques. Plus complète, encore que d'interprétation plus délicate, l'information que l'on peut

extraire des atomes μ - mésiques permet de déterminer le changement sur plusieurs moments radiaux de la densité de charge. Les rapports entre les sections efficaces de diffusion élastique d'électrons, du fait qu'ils éliminent les erreurs systématiques de mesure (particulièrement les erreurs de normalisation) fournissent des renseignements encore plus détaillés sur les différences de densité. Pour des transferts moyens, ces expériences déterminent avec une grande précision les changements dans la diffusivité. Raisonnant en termes de l'analyse en moments (cf. Appendice B), on peut remarquer que la diffusion d'électrons définit le changement dans la pente de la courbe des moments, tandis que les déplacements optiques et muoniques fixent le déplacement de l'échelle radiale.

C'est un test non trivial pour notre modèle d'essayer de reproduire ces changements, ne serait-ce que d'une manière qualitative. Il n'est d'ailleurs pas évident que ces effets isotopiques ne dépendent que de la modification du champ central alors qu'on lui ajoute des neutrons.

VI.3-2 Corrections à la densité de Hartree-Fock

Les déplacements isotopiques étant des effets extrêmement fins, il convient d'examiner différentes corrections à la densité de H.F. susceptibles d'apporter une contribution non négligeable.

a) Correction du centre de masse et de la taille finie du proton

Les corrections du mouvement du centre de masse et de la taille finie du proton ont été introduites suivant les méthodes définies au paragraphe (III.7). En premier lieu nous avons étudié la sensibilité des résultats au choix de ces méthodes.

En ce qui concerne le mouvement du centre de masse, nous avons constaté que l'utilisation de la correction self-consistante réduit les rayons de tous les isotopes de l'étain, de l'ordre de 0.2 %, mais que les déplacements isotopiques sont inchangés.

L'emploi d'une forme exponentielle pour le facteur de forme électromagnétique du proton

$$F^{E}_{p}(q^2) = 1./(1 + a^2\, q^2)^2 \qquad \text{(VI.4)}$$

$a^2 = 0.05561$ fm^2, au lieu de la forme gaussienne (III.44), ne produit pas de différence appréciable sur nos résultats. Par ailleurs nous avons déterminé une somme de deux gaussiennes qui donne un excellent accord avec le facteur de forme exponentiel jusqu'à $q^2 = 25$ fm^{-2}. Nous en avons conclu que l'emploi d'un facteur de forme gaussien était suffisant, à condition qu'il soit ajusté de façon à donner le même rayon quadratique moyen de la distribution de charge du proton.

b) Facteur de forme du neutron et couplage spin-orbite électromagnétique

D'après Bertozzi et al. (BFHN 72) il existe une contribution de la structure électrostatique du neutron à la densité de charge totale du noyau. Cette contribution est simplement donnée par l'analogue de l'équation (III.45) en utilisant la densité de neutrons ρ_n et le facteur de forme du neutron. Pour ce dernier, nous avons trouvé que la forme ,

$$F^{E}_{n}(q^2) = e^{-q^2(R^2-0.06)/6} - e^{-q^2(R^2+0.06)/6} \qquad \text{(VI.5)}$$

avec $R^2 = 0.75$ fm^2 fournit un ajustement "visuel" satisfaisant des données

expérimentales (fig. VI-8). Cette paramétrisation nous semble meilleure que celle de Bertozzi et al., par le fait qu'elle décroît plus rapidement pour les grandes valeurs de q. Par ailleurs, sa forme gaussienne nous permet de faire le calcul de la contribution de ρ_n à la densité de charge totale directement dans l'espace des coordonnées, ce qui est d'une plus grande simplicité numérique. Dans ce même travail de Bertozzi et al., il est montré que dans les sous-couches non saturées en spin, le couplage spin-orbite électromagnétique produit également une contribution à la densité de charge, via une densité spin-orbite effective,

$$\rho_c^{s\ell}(r) = -\left(\frac{\hbar}{mc}\right)^2 \frac{1}{2} \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[r \ \rho^{s\ell}(r) \right] \qquad \text{(VI.6)}$$

où

$$\rho^{s\ell}(r) = \sum_{\ell j \tau} n_{\ell j \tau} \ \hat{\mu}_\tau \ < \underset{\sim}{\sigma} . \underset{\sim}{\ell} > \rho_{\ell j \tau}$$

où le facteur d'occupation $n_{\ell j \tau}$ de l'orbite $\ell j \tau$ est égal à $(2j+1)\, v_j^2$, suivant les notations établies précédemment à propos de l'approximation de remplissage uniforme. Le facteur $\hat{\mu}_\tau$ représente, soit le moment magnétique du neutron $\mu_n = -1.9135$, soit celui du proton moins 0.5, $\hat{\mu}_p = 2.29278$ (du fait qu'il existe une contribution orbitale pour les protons). Le terme $< \underset{\sim}{\sigma} . \underset{\sim}{\ell} >$ vaut ℓ, $-(\ell+1)$ respectivement pour les niveaux avec le spin "up" et "down". Enfin $\rho_{\ell j \tau}$ représente la densité radiale de l'orbite, normalisée à l'unité.

L'inclusion des corrections neutroniques et spin-orbite à la densité de charge a comme effet global de diminuer le rayon de charge d'approximation 0.015 fm, pour tous les isotopes de l'étain. La contribution des neutrons, étant positive à l'intérieur du noyau et négative à l'extérieur, a pour effet de réduire la diffusivité. Contrairement au cas du ^{48}Ca, examiné par Bertozzi et al., la contribution de la densité de charge effective spin-orbite est beaucoup plus faible, et en général agit dans le sens opposé à celui des neutrons.

c) Polarisation quadrupolaire du coeur

La méthode que nous utilisons tient compte d'une manière self-consistante des effets de la polarisation monopolaire du coeur et des corrélations d'appariement des neutrons de valence mais néglige les effets d'une possible polarisation quadrupolaire. Pour tenir compte d'une manière approchée de ces effets, nous avons supposé que la densité de charge fournie par H.F. effectue de faibles oscillations quadrupolaires autour de la forme d'équilibre sphérique. Considérant qu'elle est approximativement incompressible, nous considérons donc une densité de la forme ,

$$\rho_{ch}^v(\vec{r}) = \rho_{ch}(\vec{r}') \ ; \ \vec{r} = \frac{\vec{r}'}{N} \left(1 + \sum_m \alpha_m \, Y_{2m}(\vec{r}) \right) \qquad \text{(VI.7)}$$

où les quantités α_m sont les variables collectives décrivant les oscillations quadrupolaires et N un facteur de normalisation. La moyenne sur le temps de de la densité ρ_{ch}^v peut s'écrire :

$$\bar{\rho}_{ch}^v(r) \simeq \rho_{ch}(r) + \frac{1}{8\pi} \beta^2 \left[4r \, \rho'_{ch}(r) + r^2 \, \rho''_{ch}(r) \right] \qquad \text{(VI.8)}$$

en négligeant les termes d'ordre supérieur à β^2, ce paramètre de "déformation" étant défini par $\beta^2 = < \phi_o | \sum_m \alpha_m^* \alpha_m | \phi_o >$ où ϕ_o est la fonction d'onde collective

qui décrit l'état fondamental.

Dans le cadre du modèle vibrationnel, en suivant par exemple Owen et Satchler (OS 64), β peut être relié à la probabilité de transition B(E2) entre l'état fondamental et le premier état excité 2^+, par l'équation :

$$\beta^2 = B(E2) \left(\frac{4\pi}{5Z}\right)^2 \frac{1}{<r^2>^2} \qquad \text{(VI.9)}$$

Cette expression se réduit à celle couramment utilisée dans le modèle vibrationnel, si on prend $<r^2> = \frac{3}{5} R_o^2$ ($R_o = 1.2\, A^{\frac{1}{3}}$). L'expression (VI.9) est cependant plus réaliste, du fait qu'elle tient compte de la diffusivité de la densité, ainsi que de la variation (plus lente que $A^{\frac{1}{3}}$) des rayons de charge de la série des isotopes. Les B(E2) sont connus expérimentalement avec précision pour tous les isotopes de l'étain considérés (St 70), et nous avons utilisé ces valeurs pour calculer les β correspondants.

La densité "vibrationnelle" $\overline{\rho}^v_{ch}$ ne diffère de celle "statique" ρ_{ch}, que dans la région de la surface, à cause des termes dérivatifs. Cette correction tend à augmenter à la fois la diffusivité et le rayon.

Ce traitement de la dynamique du noyau est évidemment phénoménologique, mais il nous permettra, nous l'espérons, de nous donner une idée de l'importance éventuelle des corrections dynamiques au calcul purement statique de H.F.

VI.3-3 Déplacements isotopiques dans la région des étains

En premier lieu nous avons vérifié que les densités de charge calculées décrivent suffisamment bien les résultats expérimentaux. Il ne serait en effet pas raisonnable de prétendre analyser en détail les effets différentiels entre isotopes sans que cette condition soit remplie.

Sur la figure (VI-9) est représentée la section efficace de diffusion élastique d'électrons par ^{124}Sn à 330 MeV. Les résultats expérimentaux sont ceux de Ficenec et al. (FFTS 72), (Si.72)†. L'accord est satisfaisant jusqu'à un angle $\theta = 50°$ ($q = 1.4$ fm^{-1}). Il faut néanmoins remarquer que l'analyse de ces résultats par Ficenec et al., en termes de densités du type (V.14), détermine des rayons quadratiques moyens légèrement plus grands que ceux fournis par les densités que nous avons calculées (fig. VI-10). Le calcul des énergies de transitions muoniques (table VI-1) qui sont systématiquement plus grandes que celles mesurées par Kast et collaborateurs (Ka 71), permet en effet de se rendre compte que l'échelle radiale des densités calculées est légèrement comprimé, l'écart étant de 0.02 pour ^{124}Sn où il est maximum.

D'autres écarts sont mis en évidence par l'analyse en moments (Appendice B). Sur la figure (VI-11) on a représenté plusieurs courbes des rayons équivalents R_K calculés pour le noyau ^{124}Sn. L'une de ces courbes a été obtenue en utilisant les densités déterminées par Ficenec et al. ; les autres en utilisant les densités calculées par nous, en introduisant différentes corrections décrites auparavant. On remarque que cette compression radiale s'accentue quand on tient compte du facteur de forme du neutron, et que l'inclusion des vibrations corrige partiellement ce défaut. En ce qui concerne la diffusivité, que nous définissons comme proportionnelle à la pente de la courbe des moments, nous remarquons qu'elle

---

† Nous remercions I. Sick de nous avoir communiqué ces résultats avant publication.

devient légèrement trop faible quand on ajoute les corrections du facteur de forme neutronique et du spin-orbite électromagnétique ; une amélioration est obtenue en considérant les vibrations. Comme nous avons pu le vérifier par un changement de la renormalisation de la force, cette faible compression radiale n'a pas d'influence sur les effets isotopiques, que nous allons maintenant examiner.

Considérons d'abord les variations $\delta < r^2 >$ entre isotopes sur les rayons quadratiques moyens. La figure (VI-12) représente ces déplacements pour toutes les paires d'isotopes comprises entre A = 112 et A = 124. Les points expérimentaux correspondent aux mesures optiques de Silver et Stacey (SS 73). Sont également représentées les valeurs calculées à partir des densités paramétrisées par Ficenec et al. qui ont eux-mêmes tenu compte des résultats des atomes muoniques. On remarque que ces deux ensembles de mesures sont compatibles, compte tenu des plus larges erreurs (non représentées sur la figure) associées à ces dernières. Les résultats théoriques sont remarquablement proches des valeurs mesurées, les écarts étant en tout cas du même ordre de grandeur que les corrections estimées des vibrations (qui agissent dans le mauvais sens). Probablement plus significative est l'irrégularité que l'on observe pour la valeur calculée de la paire 116-118. Cette anomalie semble due à un effet de couche, qu'on remarque également sur la courbe des masses (fig. VI-5).

Les variations sur les autres moments entre ^{124}Sn et ^{116}Sn sont montrées sur la figure (VI-13), le point pour K = 2 correspondant aux mesures optiques que nous venons de considérer. La ligne continue la plus haute correspond aux ΔR_K relatifs aux distributions de Ficenec et al. ; sa pente négative traduit la réduction de diffusivité observée pour l'isotope le plus lourd.
Une partie de cet effet seulement est reproduit par le calcul de Hartree-Fock sans corrections. Si l'on tient compte de celles de Bertozzi et al. on obtient alors pratiquement le bon changement de diffusivité. Les vibrations rendent l'accord sur la diffusivité encore meilleur mais les ΔR_K deviennent alors un peu trop faibles (de 0.02 fm).

Il est possible de mieux comprendre les contributions qui proviennent du changement du champ moyen de Hartree-Fock en considérant état par état les différences des champs locaux équivalents entre les deux isotopes (fig. VI-14). On remarque tout d'abord que ces différences sont pratiquement indépendantes de l'état, même pour les plus profonds ; en conséquence tous contribuent au déplacement isotopique. Ce champ différentiel possède pour les protons un terme de volume relativement constant et un pic nettement plus attractif à la surface. C'est ce pic qui est responsable de la réduction de diffusivité observée. La position précise et sa largeur déterminent également la valeur des différents ΔR_K.
Les résultats obtenus avec différentes forces de Skyrme, montrent que le déplacement isotopique diminue quand ce pic se déplace vers l'extérieur du noyau et aussi quand il devient plus large.

A ce stade, on peut se demander quelles sont les propriétés de l'interaction qui jouent un rôle déterminant dans le déplacement isotopique. Il est par exemple souvent admis qu'il est très sensible à l'énergie de symétrie et à l'incompressibilité nucléaire (WW 69, Ki 71). Notre calcul ne semble pas corroborer ces affirmations. En ce qui concerne l'énergie de symétrie, s'il est certain qu'un grand changement ΔS agirait sur le rapport entre les champs ΔV_n et ΔV_p de la figure(VI-14) , nous avons vérifié numériquement que les changements compatibles avec une bonne description d'autres propriétés des noyaux (énergies de séparation, masses des noyaux éloignés de la ligne de stabilité) ne produisent pas d'effets appréciables sur les déplacements isotopiques. L'examen de cette même figure (VI-14) montre par ailleurs que les champs polarisants de Hartree-Fock sont très éloignés de la forme parabolique qui intervient dans la définition usuelle de l'incompressibilité d'un noyau. En outre ces champs sont très différents pour les protons et les neutrons. Le déplacement isotopique mesure donc une forme particulière de réponse du noyau à un champ extérieur qui a peu de rapport avec l'incompressibilité, et comme nous l'avons remarqué dans un contexte différent [MC 73],

le noyau est beaucoup plus rigide face à la compression (ou dilatation) des seuls protons.

Il nous semble toutefois que ce dernier point mériterait un examen plus approfondi, comme d'ailleurs les corrections d'origine dynamique [CSM 74].

VII - CONFIGURATIONS EXOTIQUES DES NOYAUX SPHERIQUES : "NOYAUX BULLES"

VII.1 - INTRODUCTION

La détermination de l'énergie d'un noyau en fonction de sa forme est à la base des études actuelles sur les états isomériques de forme et les mécanismes de la fission. La méthode de Hartree-Fock avec contrainte s'est révélée très prometteuse dans ce domaine. Nous avons appliqué cette méthode au domaine nouveau des noyaux "bulles", qui ont suscité récemment beaucoup d'intérêt. En fait Wheeler avait suggéré dès 1950 l'existence possible d'une forme stable ou métastable des noyaux ayant une très faible densité de particules au centre. Une telle configuration pourrait être a priori plus stable que celle ayant une densité uniforme, du fait que la réduction de la répulsion coulombienne pourrait compenser l'augmentation de l'énergie de surface. Elles pourraient constituer l'état fondamental de certains noyaux, ou encore des états excités produits au cours de collisions entre ions lourds à haute énergie ou à la suite de bombardements par des anti-protons.

Plus récemment, Siemens et Bethe (SB 67) ont examiné à partir du modèle de la goutte liquide la stabilité de tels noyaux. Pour des grandes valeurs de la charge Z ils ont démontré que la configuration sphérique bulle est plus stable que la sphérique uniforme, encore que les deux soient sensiblement moins liées que la configuration ellipsoïdale. Ce calcul est cependant criticable du fait qu'il suppose une densité irréaliste à surfaces intérieure et extérieure abruptes, et qu'il ignore complètement les effets de couche. Le travail récent de Wong (W 73) utilisant la méthode de Strutinsky semble plus réaliste. Ce calcul suggère l'existence de configurations magiques du type bulle pour les nombres de neutrons et de protons 18, 34, 50, 80, 104 et 146. Un calcul de Hartree-Fock utilisant la force de Nestor (DWK 72) semble aussi indiquer une configuration du type bulle pour les états fondamentaux des noyaux ^{36}Ar et ^{200}Hg. Nous considérons cependant ce calcul comme étant peu significatif. Il est en effet bien connu que les calculs de Hartree-Fock utilisant des interactions indépendantes de la densité sont incapables de fournir une description satisfaisante des noyaux doublement magiques. En particulier, les spectres de particule sont trop dilatés, et souvent la séquence correcte des niveaux n'est pas respectée. Or, l'obtention de cette propriété est essentielle puisqu'elle décide de l'ordre de remplissage des états proches de la surface de Fermi. Par ailleurs, pour les raisons qui ont été discutées au paragraphe (V.3), les densités nucléaires présentent pour de telles interactions des oscillations beaucoup trop fortes. On sait que les inconvénients sont en grande partie supprimés lorsqu'on utilise les forces dépendant de la densité, qui ont été dérivées et longuement discutées dans les chapitres précédents.

VII.2 - CALCUL DES NOYAUX "BULLES" AVEC LA FORCE G-0

Nous allons maintenant décrire les calculs que nous avons effectués avec ces forces (CS 73).

Les résultats obtenus dans le chapitre précédent peuvent donner a priori une certaine confiance quant au pouvoir de prédiction de notre méthode,

particulièrement en ce qui concerne les distributions de charge. Cependant au cours de nos calculs il est apparu clairement que l'existence (ou la non existence) d'une solution self-consistante du type "bulle" dépend de façon critique de la compensation de plusieurs effets relativement fins.

Le mécanisme pour produire une configuration "bulle" stable (ou métastable) est assez proche de l'ancienne idée d'un potentiel en forme de "bouteille de vin". Pour un tel potentiel le manque de particules au centre du noyau produit des niveaux s et p moins liés que dans un modèle à densité uniforme ; le rayon de ces états augmente, et en même temps les états moins liés peuvent éventuellement devenir non occupés. Comme ces deux effets produisent à leur tour une réduction de la densité centrale une solution self-consistante de ce type ne peut pas être exclue a priori.

Nous avons essayé de mieux comprendre ce mécanisme au moyen d'un calcul de type Hartree-Fock contraint. Pour ce faire nous avons calculé la solution self-consistante de l'hamiltonien

$$H = H_{HF} + \lambda \quad F(r) \qquad \text{(VII.1)}$$

où H_{HF} est l'hamiltonien usuel de Hartree-Fock et où $F(r)$ est un champ extérieur choisi de manière à réduire la densité des particules au centre du noyau, tout en produisant une perturbation minimale dans les autres régions de la densité. Pour ce faire nous avons utilisé comme champ extérieur la fonction

$$F(r) = 750\, e^{-2r} \text{ MeV} \qquad \text{(VII.2)}$$

L'intensité de ce champ a été choisie de manière qu'à $r = 1$ fm il soit égal à celui de la barrière centrifuge de l'onde p. Variant le paramètre λ dans (VII-1) nous pouvons obtenir des solutions self-consistantes avec une densité ayant des formes du type de celles que l'on désire étudier et examiner en fonction de cette forme l'énergie totale du noyau, les niveaux de particules, etc...

L'ordre et l'espacement des niveaux autour de la surface de Fermi est crucial pour décider des probabilités d'occupation des états. Un petit nombre seulement de particules, de l'ordre de 2 à 4, est déplacé de l'intérieur du noyau vers les états de la surface, pour donner lieu à une configuration "bulle". Si on se rappelle la sensibilité des niveaux de particules aux différentes prescriptions concernant par exemple la force W, les capacités de prédiction dans ce domaine apparaissent alors assez fragiles. D'autre part les conclusions peuvent dépendre de façon critique de l'intensité de la force de pairing, que nous devons ajuster phénoménologiquement.

Nous avons essayé de mieux comprendre ces différents effets en effectuant d'abord un calcul self-consistant avec occupations du type HF ordinaire, c'est-à-dire $v_\alpha = 0$ ou 1. Parmi les combinaisons de nombres magiques favorables à une configuration "bulle", suggérées par un calcul systématique utilisant l'interaction de Skyrme II, nous avons concentré notre attention sur les états fondamentaux des noyaux ^{36}Ar et ^{200}Hg. Ce choix a été fait par élimination, les autres candidats étant des noyaux plus déformés, ou plus éloignés de la ligne de stabilité.

Pour ^{36}Ar, la figure (VII-1) montre l'énergie totale du noyau et la valeur de la densité centrale $\rho(o)$ en fonction du paramètre λ, à la fois pour la configuration "uniforme", dans laquelle le niveau $2s_{1/2}$ est occupé, et pour la configuration "bulle" dans laquelle il est vide. Cette deuxième solution est plus liée d'environ 0,3 MeV par particule. Dans les limites de la précision numérique du calcul, le minima correspond à $\lambda = 0$. Contrairement aux résultats de Wong, nous n'avons jamais trouvé dans nos calculs self-consistants d'autres minima pour $\lambda \neq 0$. Sur la figure (VII-2) nous avons représenté la densité de charge dans la configuration

"bulle" pour différentes valeurs de λ. On remarquera que même pour $\lambda = 0$ la dépression de la densité centrale est très importante.

Les résultats pour le ^{200}Hg, calculés avec le niveau de protons $3s_{1/2}$ vide sont représentés dans les figures (VII-3 à VII-6). Pour $\lambda = 0$ la densité $\rho(o)$ montre une dépression de 40 % par rapport au modèle uniforme. On remarquera également qu'une faible contrainte de l'ordre de $\lambda = 0.05$ suffit pour réduire encore $\rho(o)$ de 20 %. La perte d'énergie de liaison qui en résulte n'est que de 0.02 MeV/part.

Cette apparente "mollesse" du noyau face à ce type de déformation peut mettre en doute la validité de notre modèle purement statique de l'état "bulle". Une description qui ferait intervenir des vibrations du type "bulle", par exemple dans le cadre de la théorie de la coordonnée génératrice, amènerait peut être des corrections importantes. Il se pourrait qu'alors l'état "bulle" apparaisse comme un état excité de grande énergie, et dans ce cas son identification expérimentale serait très compromise. On peut aussi imaginer qu'il reste l'état fondamental, mais que la moyenne sur le temps de la densité efface en grande partie la dépression centrale. A ce propos il est toutefois intéressant de souligner que le noyau est relativement rigide face aux déformations qui tendent à détruire la "bulle". Pour une augmentation de $\rho(o)$ de 20 % (par rapport à la valeur la plus stable qui a lieu pour $\lambda = 0$) l'énergie de liaison diminue de 0.06 MeV/part., soit trois fois plus que pour une réduction de $\rho(o)$ également de 20 %. Dans cette optique il est permis d'espérer que les vibrations ne détruiraient pas la "bulle". Ces remarques sont cependant purement spéculatives, dans la mesure où il n'est pas certain que $\rho(o)$ représente le bon paramètre du moment collectif.

Le comportement des états de particules en fonction du paramètre λ est représenté sur les figures (VII-5) et (VII-6). Il faut souligner que pour un même changement de la densité centrale ils varient beaucoup moins rapidement que dans le calcul de Wong (W 73). Ceci est dû au fait qu'à la différence de Wong nous avons extrait les effets du champ extérieur sur les énergies de particule ε_α, en les définissant comme

$$\varepsilon_\alpha = e_\alpha - \lambda \int u_\alpha^2 (r)\, F(r)\, dr \qquad \text{(VII.3)}$$

où les énergies e_α sont solution de l'équation (III.18).

Les variations rapides des ε_α et les effets de couches très marqués que Wong a trouvés sont donc en grande partie spurieux. Nous observons cependant une faible montée des niveaux s au fur et à mesure que la "bulle" se développe, tandis que les niveaux de moment angulaire élevé s'enfoncent, du fait du transfert de particules de l'intérieur du noyau vers la surface.

Un deuxième effet à signaler concernant les énergies de particule, est la diminution et même la possible inversion des doublets spin-orbite. Cet effet est causé par le comportement en $1/r\, d\rho/dr$ de la force spin-orbite. Une "bulle" produit une région intérieure où $d\rho/dr$ est positif, et avec la pondération par $1/r$ cette contribution peut contrebalancer celle de la surface. Les écarts spin-orbite anormalement petits (ou éventuellement des inversions) seraient donc un moyen de déceler expérimentalement la présence d'une configuration "bulle".

Mais nous allons voir que la situation est beaucoup moins favorable aux noyaux "bulle" quand on tient compte des corrélations d'appariement.

Pour le noyau ^{36}Ar, nous avons utilisé une force de pairing d'intensité G = 0.493 MeV agissant sur les protons et les neutrons séparément dans les états 2s, 1d et $1f_{7/2}$. Quel que soit le point de départ des itérations, nous

obtenons une solution self-consistante unique qui contient 1.85 particules dans l'état $2s_{1/2}$ et 2.15 dans $1d_{3/2}$. Cette solution est évidemment "uniforme". L'énergie est pratiquement identique à celle de la solution "bulle" trouvée précédemment sans appariement.

Pour le ^{200}Hg nous avons rencontré plus de difficultés à reproduire des effets de pairing réalistes. Utilisant la prescription (b) pour la force W, nous obtenons l'état $3s^{1/2}$ trop lié par rapport à $2d^{3/2}$ et $1h^{11/2}$ (fig. V-5). Dans ces conditions, avec une intensité de l'ordre de G = 0.2 MeV (qui tient compte d'une dilatation du spectre d'environ 30 %) nous avons retrouvé systématiquement la solution triviale des équations du gap. Nous avons corrigé de façon simple ce défaut en déplaçant au moment de résoudre les équations du gap l'énergie de l'état $3s_{1/2}$ d'une quantité δ . Pour une valeur δ = 1.2 MeV nous trouvons une solution self-consistante pour laquelle cet état est occupé par 0.16 particule, la densité de protons étant nettement du type"bulle". Pour δ = 1.7 MeV l'occupation monte à 0.94 particule, et la"bulle"est presque totalement remplie. Dans ces deux cas le gap est de 0.42 et 0.86 MeV respectivement ; ces deux valeurs sont des limites raisonnables si on les compare aux résultats de Kisslinger et Sorensen (KS 63). La densité de charge en fonction de l'occupation de l'état $3s_{1/2}$ est représentée sur la figure (VII-7). On remarquera à quel point l'importance de la"bulle"est sensible aux occupations, et en définitive à la position de l'état $3s_{1/2}$.

Tout au long de la précédente discussion nous avons supposé que ces noyaux sont sphériques. On est toutefois en droit de se demander s'il n'existe pas des solutions déformées d'énergie plus basse présentant ou non des dépressions centrales. En ce qui concerne le ^{36}Ar, il est généralement admis qu'il possède une faible déformation. Dans un calcul effectué par Curry (C 73) utilisant un programme de Hartree-Fock déformé et la force G-0, on a trouvé un état fondamental avec une faible déformation oblate, et une densité du type"bulle" (ce calcul ne tient pas compte du BCS). La déformation ne détruit donc pas dans ce cas la structure de la densité.

En ce qui concerne le ^{200}Hg, Cailliau, Letessier, Flocard et Quentin (CLFQ 73) ont calculé la courbe d'énergie de déformation par la méthode de Hartree-Fock contraint utilisant la force de Skyrme-III. Ce noyau apparaît comme étant pratiquement sphérique, avec une préférence non significative pour la forme oblate. Il en est autrement pour les isotopes plus légers du mercure, ou deux minima, l'un oblate et l'autre prolate, apparaissent clairement dans la courbe de l'énergie en fonction de la déformation. En supposant que la fonction d'onde nucléaire est essentiellement localisée dans le minima de plus basse énergie, ces auteurs ont donné une explication plausible de l'isotope shift anormalement grand observé expérimentalement entre le ^{187}Hg et le ^{185}Hg. Cette explication est en tout cas beaucoup plus satisfaisante que celle basée sur l'hypothèse d'une brusque transition vers une configuration du type"bulle". Cet effet n'apparaît pas dans les calculs utilisant la force G-0 ou celle de Skyrme et de toute façon il produirait sur le rayon quadratique de charge un changement beaucoup plus faible que celui observé expérimentalement.

Un autre point que nous voudrions souligner est que les forces du type de Skyrme favorisent encore moins que G-0 les configurations bulles très marquées. Nous sommes tentés d'expliquer cette différence par la plus grande incompressibilité de la matière nucléaire calculée avec les forces de Skyrme.

Nous conclurons cette revue des calculs théoriques sur les noyaux "bulles" en constatant l'insuffisance de nos modèles pour décider de l'existence d'une configuration"bulle"dans l'état fondamental. Un calcul précis des effets dynamiques, des probabilités d'occupation des états de particule et des effets de la déformation s'avère indispensable.

VII.3 - POSSIBILITES D'OBSERVATION EXPERIMENTALE DES DENSITES DE TYPE "BULLE"

Nous allons examiner maintenant les possibilités d'observer expérimentalement les états "bulle" dans l'hypothèse où l'état fondamental serait de ce type.

D'après le travail de Friar et Negele (FN 73), une dépression centrale de la densité de l'ordre de 10 % de la densité maximale serait clairement mise en évidence par certaines expériences actuelles de diffusion d'électrons et des atomes μ-mésiques. Il faut cependant souligner que cette estimation s'applique au cas très favorable du ^{208}Pb, où un ensemble de mesures précises allant jusqu'à de grands transferts est disponible. A notre connaissance aucune expérience de diffusion élastique d'électrons sur un ou plusieurs isotopes du Hg n'a jamais été réalisée. Une mesure du rapport des sections efficaces différentielles $d\sigma$ (Pb) / $d\sigma$ (Hg) serait d'un grand intérêt. Sur la figure (VII-8) nous avons porté ce rapport, calculé pour les trois différentes occupations de l'état $3s_{1/2}$ (vide, 1 proton et 2 protons respectivement) discutées précédemment. Le résultat dépend très fortement des occupations, mais il est difficile de conclure de ces changements à quelle partie de la densité ce rapport est le plus sensible. Quoique la surface soit très peu modifiée, les différences observées sur la fig. (VII-7) entre 2 et 4 fm peuvent provoquer une grande partie de l'effet sur les sections efficaces. Il faut cependant souligner que dans notre modèle les changements de la densité dans les différentes régions ne sont pas indépendants mais qu'au contraire ils sont fortement corrélés, du fait de la self-consistance. C'est là une différence essentielle par rapport aux densités modèles phénoménologiques. Nous croyons donc que l'expérience pourrait permettre de déceler sans ambiguité la présence d'une dépression de la densité centrale du ^{200}Hg.

En ce qui concerne les expériences avec les atomes μ-mésiques il est couramment admis qu'elles ne permettent de tester que la surface nucléaire. Il ressort cependant de l'analyse en moments (Appendice B) que certaines transitions ($2s \to 2p$, $3p \to 2s$) déterminent des moments d'ordre extrêmement bas. Dans le ^{208}Pb par exemple, la transition $3p_{3/2} \to 2s_{1/2}$ détermine le moment d'ordre $K \simeq 0.08$ (fig. V-18). Il est évident que ces moments sont sensibles à la densité au centre du noyau. Ceci est clairement mis en évidence dans la figure (VII-9) où nous avons représenté les moments radiaux des densités du ^{200}Hg pour différentes valeurs de la dépression centrale. Mis à part un déplacement d'ensemble qui résulte d'une dilatation de toute la densité, on remarque pour les petites valeurs de K une très nette différence de courbure suivant la valeur de la dépression centrale.

Ce comportement peut être compris à l'aide d'une paramétrisation analytique de la densité. Nous avons adopté une forme de Fermi modifiée :

$$\rho(r) = \rho_o \frac{1+W\frac{r^2}{R^2}}{1+e^{\frac{r-R}{a}}}$$

où le paramètre W permet de changer la densité centrale. Le moment radial d'ordre K est alors approximativement donné par :

$$R_K \simeq R\left[1 + \frac{50W - 28W^2 + K(10W - 8W^2)}{25(K+5)^2}\right] \cdot \left[1 + \frac{\pi^2}{6}(K + 5 + 4W - \frac{4(K+3)}{K+5} W^2)\frac{a^2}{R^2}\right]$$

en négligeant les termes d'ordre supérieur en $\frac{a}{R}$. Signalons d'abord que pour W = 0

(densité uniforme) R_K est une fonction linéaire en K. Pour $W \neq 0$ mais petit par rapport à $K + 5$, la correction provenant de la deuxième parenthèse peut être négligée, tout ce terme étant par ailleurs multiplié par a^2/R^2. En ce qui concerne le premier terme, on remarquera que la correction à la linéarité a le signe de W et qu'elle décroît avec K. Ceci explique le comportement des moments représentés sur la figure (VII-9) : linéarité des moments pour le ^{208}Pb (densité uniforme), courbure vers le bas pour le ^{200}Hg contraint à avoir une "bosse" au centre ($\lambda < 0, W < 0$), vers le haut dans le cas d'une dépression ($\lambda \geq 0$, $W > 0$).

Ces écarts à la linéarité sont suffisamment importants pour être mis en évidence à partir d'une mesure très précise des énergies de transition muoniques, comme celle effectuée par Anderson (A 72) sur le ^{208}Pb. Malheureusement les seules données expérimentales dont on dispose actuellement sur le ^{200}Hg (AK 68) ne permettent pas une telle analyse. Une nouvelle expérience serait donc d'un grand intérêt.

VIII - CONCLUSION

Dans le cadre de l'approximation de densité locale nous avons étudié diverses propriétés nucléaires qui sont supposées dépendre essentiellement du champ moyen. La relative simplicité de la force G-0 et l'efficacité de la méthode des champs locaux équivalents pour la résolution des équations de Hartree-Fock, nous a permis d'étudier et de préciser les corrélations entre les propriétés de la matière nucléaire et celles des noyaux finis.

Nous avons ainsi déterminé une force effective optimale dans les noyaux finis qui sature la matière nucléaire pour un moment de Fermi de 1.35 fm^{-1}, une énergie de 16.50 MeV par particule et une énergie de symétrie de S = 36 MeV. Ces énergies sont très proches de celles déterminées très récemment par le "Droplet model mass formula" de Myers et Swiatecki (Lu 73) (E/A=16.38 MeV, $S \lesssim$ 34 MeV).

Les énergies de liaison calculées avec cette interaction sont très proches des valeurs expérimentales. Les écarts, qui ne dépassent pas 10 MeV pour tous les noyaux doublement magiques, sont très inférieurs à ceux d'autres calculs utilisant la LDA (N 70, NV 70). Ce bon accord a mis en évidence l'importance des termes de réarrangement liés à la dépendance en densité, ainsi que de la contribution de la force spin-orbite au champ central des noyaux lourds.

Compte tenu des incertitudes associées à la définition de l'énergie de départ dans les noyaux finis, et surtout à la difficulté d'interprétation des énergies expérimentales (est-il légitime de les comparer directement aux énergies d'H.F. ?), les énergies de particules H.F. se comparent relativement bien aux valeurs expérimentales. Les énergies de séparation sont correctes, mais la densité de niveaux est trop faible d'environ 30 %.

Utilisant la même interaction, l'erreur sur les rayons quadratiques moyens des distributions de charge ne dépasse pas 1 %. Les résultats expérimentaux de la diffusion élastique d'électrons et des atomes muoniques sont reproduits d'une manière satisfaisante, jusqu'à des transferts moyens ($q \simeq 1.5\ fm^{-1}$) surtout pour les noyaux lourds. Nous avons mis en évidence la sensibilité de ces résultats par rapport à la densité de saturation de la force. En outre, l'incompressibilité de la force, que nous avons variée en utilisant les trois interactions G-0, G-1 et G-3, détermine la diffusivité de la densité, caractéristique à laquelle la diffusion d'électrons est particulièrement sensible. Les densités calculées ont été analysées par la méthode des moments radiaux, qui a l'avantage d'être indépendante du modèle. Le facteur de forme de ^4He a fait l'objet d'une étude particulière, qui suggère que les corrélations 2p -2t peuvent corriger la tendance de la densité calculée a être trop diffuse. Un comportement semblable a également été observé dans le ^{40}Ca.

La qualité des résultats obtenus pour les noyaux magiques nous a encouragé à étendre cette étude à d'autres noyaux sphériques et à d'autres propriétés nucléaires.

Les énergies de liaison des isotopes éloignés de la ligne de stabilité calculées avec la même interaction sont reproduites avec une grande précision. Pour les isotopes de l'étain, les écarts avec l'expérience, pour une série de

24 noyaux, sont inférieurs à 1.2 MeV. Dans ce domaine, la méthode que nous avons développée possède donc un réel pouvoir prédictif.

Dans l'étude de la variation isotopique des densités de charge, l'importance des effets de polarisation monopolaires du noyau a été discutée en détail ; la difficulté de relier (ainsi qu'il a souvent été fait) cette polarisation avec la définition usuelle de l'incompressibilité nucléaire a été soulignée.

Dans la série des isotopes de l'étain, les effets de surface dus à la contribution du facteur de forme du neutron apparaissent indispensables pour la description détaillée des déplacements isotopiques. Tenant compte de tous ces effets nous avons obtenu pour les isotopes pairs un accord satisfaisant avec les résultats expérimentaux, encore qu'une étude plus microscopique des possibles corrections dynamiques semble nécessaire.

Enfin nous avons montré que l'existence d'états nucléaires présentant un affaiblissement de la densité centrale était liée de façon très sensible à la position des états de particules proches de la surface de Fermi et que les prévisions dans ce domaine n'étaient sans doute pas très crédibles. Par contre, il semble possible de mettre en évidence expérimentalement de tels états par la diffusion d'électrons de haute énergie et par les atomes muoniques.

En première approximation nos résultats confirment ceux obtenus par J. Negele. Cette confirmation nous a semblé nécessaire puisqu'il s'agit de la justification du modèle en couches. En outre nous avons apporté un certain nombre d'améliorations aux méthodes utilisées précédemment et il est satisfaisant de constater un meilleur accord pour la plupart des propriétés considérées. Nous avons également étudié la sensibilité de nos résultats à un certain nombre de prescriptions, telles que dépendance en densité de la force, énergie de départ, renormalisation de l'interaction, etc... Enfin nous avons largement étendu le domaine des applications de la méthode.

En résumé, partant d'une interaction tirée de la matrice G calculée à partir du potentiel nucléon-nucléon de Reid, nous avons réussi à décrire quelques unes des propriétés individuelles les plus importantes des noyaux sphériques, c'est-à-dire à justifier dans une certaine mesure la validité du modèle en couches. Nos résultats ont été obtenus, avec un minimum de phénoménologie, par la modification de deux paramètres de notre force afin de tenir compte des contributions d'autres diagrammes que ceux sommés par la matrice G.

APPENDICE A

ATOMES μ - MESIQUES

Les niveaux d'énergie W du muon dans le champ coulombien V(r) du noyau s'obtiennent en résolvant l'équation de Dirac,

$$\frac{df}{dr} = \frac{K}{r} f - \frac{1}{\hbar c}[W - V(r) - \mu c^2] g$$

$$\frac{dg}{dr} = \frac{1}{\hbar c}[W - V(r) + \mu c^2] f - \frac{K}{r} g \qquad (A.1)$$

où f et g sont respectivement la petite et grande composante de la fonction d'onde, avec la normalisation

$$\int_o^\infty (f^2 + g^2)\, dr = 1 \qquad (A.2)$$

et où

$$K = \begin{cases} \ell & \text{si} \quad j = \ell - \frac{1}{2} \\ -\ell - 1 & \text{si} \quad j = \ell + \frac{1}{2} \end{cases}$$

Le potentiel coulombien est déterminé à partir de la densité de charge (sphérique) $\rho(r)$ du noyau par l'équation de Poisson,

$$V(r) = -4\pi e^2 \left\{ \frac{1}{r} \int_o^r \rho(r')\, r'^2\, dr' + \int_r^\infty \rho(r')\, r'\, dr' \right\} \qquad (A.3)$$

Nous avons intégré numériquement le système (A.1) par la méthode de Runge-Kutta. Pour démarrer l'intégration on utilise les solutions asymptotiques pour $r \to o$,

$$K > 0 \quad \begin{cases} g \simeq A\, r^{K+1} \\ f = \dfrac{2K+1}{\frac{1}{\hbar c}[W - V(o) + mc^2]} A r^K \end{cases}$$

$$K < 0 \quad \begin{cases} g = Ar^{-K} \\ f = -\dfrac{\frac{1}{\hbar c}\left[W - V(o) - mc^2\right]}{-2K+1} Ar^{-K+1} \end{cases}$$

où **A** est une constante arbitraire.

La condition que f et g tendent asymptotiquement vers zéro pour $r \to \infty$ fixe les valeurs de W. Dans la pratique pour déterminer W nous avons utilisé une méthode itérative de correction qui tient compte du signe de la fonction g à grande distance, après intégration du système (A.1) avec successives valeurs d'essai W. En général dix ou quinze itérations sont suffisantes pour atteindre une précision de 0.01 keV.

Avant de comparer les énergies propres de l'équation de Dirac aux énergies expérimentales, nous devons tenir compte en premier lieu des corrections électrodynamiques. De ces diagrammes, le plus important dans un atome μ-mésique est celui qui correspond à la polarisation du vide par une paire e^+e^-. Nous avons calculé cette correction suivant une méthode décrite par Anderson (A 69). Ce diagramme donne lieu à un potentiel de la forme

$$V_{vp}(r) = \frac{2\alpha e^2}{3r} \lambda\!\!\!^{-}_e \int_o^\infty \rho(r')\, r' \left[\chi_2\left(\frac{r+r'}{\lambda\!\!\!^{-}_e}\right) - \chi_2\left(\frac{|r-r'|}{\lambda\!\!\!^{-}_e}\right) \right] dr' \qquad (A.4)$$

où

$$\chi_2(\xi) = \int_1^\infty \frac{1}{Z^2}\left(1 + \frac{1}{2Z^2}\right)\left(1 - \frac{1}{Z^2}\right) \exp(-2\xi Z)\, dZ \qquad (A.5)$$

et $\lambda\!\!\!^{-}_e$ est la longueur Compton de l'électron. L'intégrale (A.5) a été approchée par le développement

$$\chi_2(\xi) = \sum_{K=0}^{\infty} \left[a_K (2\xi)^K \exp(-2\xi) + b_K (2\xi)^{2K+1} \int_1^\infty \frac{\exp(-2\xi Z)}{Z}\, dZ \right] \qquad (A.6)$$

Les premiers coefficients a_K, b_K de ce développement ont été calculés par Anderson et al. (A 69).

Cette contribution à l'énergie du muon étant petite, nous l'avons calculéepar perturbations :

$$\Delta E_{vp} = \int (f^2 + g^2)\, V_{vp}(r)\, dr \qquad (A.7)$$

Les corrections dues à l'effet Lamb, à la polarisation du vide par la paire $\mu^+\mu^-$ et au moment magnétique anormal du muon ont été également calculées par perturbations (KKS 52),

$$\Delta E_{LS} = \frac{\alpha}{3\,\pi\,m^2}\left[\ell n\ \frac{mc^2}{2\Delta\epsilon} + \frac{11}{24} + \frac{3}{8} - \frac{1}{5}\right] < \nabla^2\ V >$$

$$+\ \frac{\alpha}{8\pi m^2} < \frac{2}{r}\,\frac{dV}{dr}\,\vec{\sigma}\,.\,\vec{L} > \qquad \text{(A.8)}$$

Le terme $\ell n\ \frac{mc^2}{2\Delta\epsilon}$ (logarithme de Bethe (B 47)) a été approché par la valeur de l'énergie de liaison du muon dans l'état considéré, d'après les résultats de la référence (Bar 68).

Une autre correction importante dans les noyaux lourds est la polarisation nucléaire. Nous avons estimé la partie monopolaire de cet effet dans l'approximation de Hartree-Fock (MC 73), utilisant diverses forces de Skyrme. Le résultat obtenu pour l'orbite $1s_{1/2}$ du ^{208}Pb, 0.7 ± 0.2 KeV, est en contradiction avec les estimations précédentes. Cette correction n'a pas été incluse dans les résultats de la table VI-1.

APPENDICE B

ANALYSE EN MOMENTS DES DISTRIBUTIONS DE CHARGE

Les résultats expérimentaux de la diffusion élastique d'électrons et des atomes muoniques sont généralement interprétés à l'aide d'une paramétrisation phénoménologique de la densité de charge. Toutefois il s'avère que la précision et le domaine restreint d'énergies de ces mesures ne permettent pas de déterminer la distribution de charge dans tout l'espace. En se donnant une paramétrisation de la densité $\rho(r)$ on introduit des informations qui ne sont pas contenues dans les mesures expérimentales. L'analyse en moments radiaux, qui a trouvé une application immédiate dans l'interprétation des mesures des atomes muoniques, échappe à cette critique.

Nous commencerons par définir les moments radiaux d'une densité $\rho(r)$ de charge Z

$$< r^K > = \frac{4\pi}{Z} \int_0^\infty \rho(r)\, r^{K+2}\, dr \qquad (B.1)$$

Il est commode d'introduire les rayons équivalents de la sphère uniforme,

$$R_K = \left[\frac{K+3}{3} < r^K > \right]^{1/K} \qquad (B.2)$$

Ford et Wills (FW 69) ont remarqué que les différentes distributions qui reproduisent dans un calcul exact l'énergie E_μ d'une transition muonique donnée possèdent un moment R_K commun. Par ailleurs, supposant pour cette même transition une énergie légèrement différente $E_\mu + \Delta E_\mu$ ils observent une variation du moment ΔR_K, mais l'ordre du moment déterminé est sensiblement le même. Ces variations satisfont une relation de la forme

$$\Delta R_K = - C_Z \, \Delta E_\mu \qquad (B.3)$$

La constante C_Z dépend de la charge du noyau et de la transition considérée.

L'ordre du moment est approximativement une fonction linéaire en Z. Ainsi par exemple pour les transitions

$$\begin{aligned} 2p_{1/2} &\rightarrow 1s_{1/2} \qquad & K &\simeq 2 - Z/68.5 \\ 3d_{3/2} &\rightarrow 2p_{1/2} & K &\simeq 4 - Z/48.0 \end{aligned} \qquad (B.4)$$

Ce comportement a été déterminé d'une manière purement empirique. Une justification théorique a été proposée par Wu et Wilets (WW 69).

Considérons les densités de charge muoniques φ_α, φ_β dans les états initial et final d'une transition $\alpha \rightarrow \beta$. La différence entre les potentiels créés par le μ sur le noyau dans ces deux états est définie par

$$\nabla^2 \phi_{\alpha\beta}(r) = -4\pi(\varphi_\alpha - \varphi_\beta) \tag{B.5}$$

Il est possible de montrer (WW 69) que ce potentiel se comporte à l'intérieur du noyau comme

$$\phi(r) \simeq A + B\, r^K \tag{B.6}$$

où K est en général un nombre non entier. Ceci permet de justifier la relation (B.3). Soient ρ_o et ρ_1 deux densités de charge nucléaires suffisamment proches pour que le changement dans l'énergie de la transition $\Delta E_{\alpha\beta}$ puisse être calculé par perturbations,

$$\Delta E_{\alpha\beta} = 4\pi \int_o^\infty [\rho_1(r) - \rho_o(r)]\, \phi_{\alpha\beta}(r)\, r^2\, dr \tag{B.7}$$

Utilisant la paramétrisation du potentiel muonique (B.6),

$$\Delta E_{\alpha\beta} = 4\pi B_{\alpha\beta} \int_o^\infty [\rho_1(r) - \rho_o(r)]\, r^{K+2}\, dr \tag{B.8}$$

qui a la forme (B.3) avec

$$C_Z = -\frac{K+3}{3K\, Z\, B\, R_K^{K-1}} \tag{B.9}$$

D'un autre point de vue, il est intéressant de noter que le comportement de la courbe des moments R_K est extrêmement sensible à certaines propriétés de la densité. Au chapitre VII il a été montré comment la courbure de cette ligne pour les bas moments indique une dépression de la densité au centre. A l'aide de la même densité modèle (prenant $W = 0$ pour plus de simplicité)

$$\rho(r) = \rho_o \left[1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)\right]^{-1}$$

l'on montre que la pente de la courbe des moments

$$\frac{dR_K}{dK} \simeq \frac{\pi^2}{6}\frac{a^2}{R} \tag{B.10}$$

est proportionnelle au carré de la diffusivité (pour un rayon de demi-densité R fixé). Nous avons proposé d'utiliser cette quantité comme définition de la diffusivité pour toutes les densités, ce qui permet d'établir des comparaisons indépendantes du modèle.

REFERENCES

(A 68) J. B. Avilès
Ann. of Phys. 50 (1968) 393

(A 69) H. L. Anderson et al.
Phys. Rev. Lett. 22 (1969) 221

(AGL 69) D. Agassi, V. Gillet et A. Lumbroso
Nucl. Phys. A 130 (1969) 129

(AK 68) H. L. Acker, G. Backenstoss, C. Daum, J.C. Sens, S.A. de Wit
Nucl. Phys. 87 (1966) 1

(AR 69) A. G. Artukh et al.
Nucl. Phys. A 137 (1969) 348

(A 73) H. L. Anderson et al.
(à paraître)

(B 47) H. A. Bethe
Phys. Rev. 72 (1947) 339

(B 58) K. A. Brueckner
Phys. Rev. 110 (1958) 597

(B 66) B. H. Brandow
Proc. Int. Sum. School of Physics
E. FERMI. COURSE XXXVI (Acad. Press. New York 1966)

(B 69) B. H. Brandow
Lectures in Theoretical Physics (Gondon and Breach,
N. Y. 1969) Vol. XI B

(B 70) R. C. Barrett
Phys. Lett. 33B (1970) 388

(B 71) H. Bethe
Ann. Rev. of Nucl. Sc. Vol. 21 (1971) 93

(B 72) M. Beiner
Communication privée

(Bar 68) R. C. Barrett
Phys. Lett. 28B (1968) 93

(Bar 73) R. C. Barrett
Reports on Progress in Physics (1973) (A paraître)

(BB 67) D. M. Brink et E. Boeker
Nucl. Phys. A 91 (1967) 1

(BBP 63) H. A. Bethe, B. H. Brandow et A. G. Petschek
Phys. Rev. 129 (1963) 225

(BCHM 71) K.A. Brueckner, J.H. Chirico et H.W. Meldner
Phys. Rev. C4 (1971) 732

(BD 64) K.A. Brueckner et J. Dabrowski
Phys. Rev. 134 (1964) B 722

(BG 60) K.A. Brueckner and D.T. Goldman
Phys. Rev. 117 (1960) 207

(BGW 58) K.A. Brueckner, J.L. Gammel et H. Weitzner
Phys. Rev. 110 (1958) 431

(BHFN 72) W. Bertozzi, J. Friar, J. Heisenberg et J.W. Negele
Phys. Lett. 41B (1972) 408

(BM 69) A. Bohr et B.R. Mottelson
Nuclear Structure, Vol. 1
V.A. Benjamin (Editor) 1969

(BK 70) W.H. Bassichis et A.K. Kerman
Phys. Rev. C2 (1970) 1768

(BL 55) K.A. Brueckner et C.A. Levinson
Phys. Rev. 97 (1955) 1344

(BLR 61) K.A. Brueckner, A.M. Lockett et M. Rotenberg
Phys. Rev. 121 (1961) 255

(BS 55) R.J. Blin-Stoyle
Phil. Mag. 46 (1955) 973

(BS 56) J.S. Bell et T.H.R. Skyrme
Phil. Mag. 1 (1956) 1055

(BS 71) P.K. Banerjee et D.W.L. Sprung
Can. Jour. of Physics 49 (1971) 1899

(BW 68) R.K. Bhaduri et C.S. Warke
Phys. Rev. Lett. 24 (1968) 1379

(C 73) P.D. Curry
M. Sc. Thesis, Mc Master University (1973)
non publié

(CK 71) C. Ciofi degli Atti et A. Kallio
Phys. Lett. 36B (1971) 433

(CL 65) X. Campi et R. Lombard
Phys. Lett. 19 (1965) 502

(CLFQ 73) M. Cailliau, J. Letessier, H. Flocard et Ph. Quentin
Phys. Lett. 46B (1973) 11

(CM 72) P.L. Carson et L.C. Mc Intyre, Jr
Nucl. Phys. A 198 (1972) 289

(CMS 72) X. Campi, J. Martorell et D.W.L. Sprung
Phys. Lett. 41B (1972) 443

(CS 72) X. Campi et D.W.L. Sprung
Nucl. Phys. A 194 (1972) 401

(CS 73) X. Campi et D.W.L. Sprung
Phys. Lett. 46B (1973) 291

(CuS 73) P. Curry et D.W.L. Sprung
Nucl. Phys. A 216 (1973) 125

(CSM 74) X. Campi, D.W.L. Sprung et J. Martorell
Preprint Orsay IPNO/TH 74-3

(D 67) B. Day
Rev. Mod. Phys. 39 (1967) 719

(Don 68) I.J. Donnelly
Nucl. Phys. A111 (1968) 201

(Dav 69) K.T.R. Davies et al.
Phys. Rev. 177 (1969) 1569

(DB 70) K.T.R. Davies et M. Baranger
Phys. Rev. C1 (1970) 1640

(DKB 66) K.T.R. Davies, S.J. Krieger et M. Baranger
Nucl. Phys. 84 (1966) 545

(DM 71) K.T.R. Davies et J. Mc Carthy
Phys. Rev. C4 (1971) 81 et références citées

(DMS 72) K.T.R. Davies, R.J. Mc Carthy et P. Sauer
Preprint

(DWK 72) K.T.R. Davies, C.Y. Wong, S.J. Krieger
Phys. Lett. 41B (1972) 455

(E 68) R.D. Ehrlich
Phys. Rev. 173 (1968) 1088

(EMS 67) J.P. Elliott, H.A. Mavromatis et E.A. Sanderson
Phys. Lett. 24B (1967) 358

(ES 55) J.P. Elliott and T.H.R. Skyrme
Proc. Roy. Soc. A 232 (1955) 561

(ES 67) L.R.B. Elton and A. Swift
Nucl. Phys. A94 (1967) 52

(F 71) R. Frosch
Phys. Lett. 37B (1971) 140

(Fr 71) J.L. Friar
Nucl. Phys. A 173 (1971) 257

(F 73) H. Flocard
Communication Privée

(FFTS 72) J.R. Ficenec, L.A. Fajardo, W.P. Trower et I. Sick
Phys. Lett. 42B (1972) 213

(FMRY 67) R. Frosch, J.S. Mc Carthy, R. Rand, M.R. Yearian
Phys. Rev. 160 (1967) 874

(FN 73) J.L. Friar et J.W. Negele
Nucl. Phys. A212 (1973) 93

(FR 73) K.W. Ford et G.A. Rinker, Jr.
Phys. Rev. C7 (1973) 1206

(FTS 71) L.A. Fajardo, J.R. Ficenec, W.P. Trower, I. Sick
Phys. Lett. 37B (1971) 363

(FW 69) K.W. Ford et J.G. Wills
Phys. Rev. 185 (1969) 1429

(GGR 67) V. Gillet, B. Giraud, M. Rho
Nucl. Phys. A 103 (1967) 257

(GGR 71) M. Gaudin, J. Gillespie et G. Ripka
Nucl. Phys. A176 (1971) 2

(HHMCS 69) J. Heisenberg, R. Hofstadter, J.S. Mc Carthy, I. Sick
Phys. Rev. Lett. 23 (1969) 1402

(HL 56) J. Hope et L.W. Longdon
Phys. Rev. 102 (1956) 1124

(I 71) M. Ismail
J. Physique 32 (1971) 729

(JAKL 69) A.N. James, P.T. Andrews, P. Kirkby et B.G. Lowe
Nucl. Phys. A138 (1969) 145

(K 34) T. Koopman
Physica 1 (1934) 104

(K 69) H.S. Köhler
Nucl. Phys. A 128 (1969) 273

(K 71) F.C. Khanna
Nucl. Phys. A 165 (1971) 475

(Ka 71) J.W. Kast et al.
Nucl. Phys. A 169 (1971) 62

(Ki 71) Y.N. Kim
Mesic Atoms and Nuclear Structure - North-Holland (1971)

(KKS 52) R. Karplus, A. Klein, J. Schwinger
Phys. Rev. 86 (1952) 288

(KS 63) L.S. Kisslinger et R.A. Sorensen
Rev. Mod. Phys. 35 (1963) 853

(L 58) H.J.L. Lipkin
Phys. Rev. 110 (1958) 1395

(L 71) G. Landaud
Nucl. Phys. A 173 (1971) 337

(Lud 73) S. Ludwig et al.
Nucl. Phys. A 203 (1973) 627

(LHP 68) M. Lederer, J.M. Hollander, I. Perlman
Table of isotopes - John Wiley and Sons, Inc. Editor (1968)

(M 65) J.H.E. Mattauch, W. Thiele et A.H. Wapstra
Nucl. Phys. 67 (1965) 1

(Mc 69) R.J. Mc Carthy
Nucl. Phys. A130 (1969) 305

(MC73) J. Martorell et X. Campi
Phys. Lett. 46B (1973) 296

(MD 70) R.J. Mc Carthy et K.T.R. Davies
Phys. Rev. C1 (1970) 1644

(MS 68) H.A. Mavromatis et K. Schilcher
J. Math. Phys. 9 (1968) 1627

(N 70) J.W. Negele
Phys. Rev. C1 (1970) 1260

(N 71) J.W. Negele
Phys. Rev. Lett. 27 (1971) 1291

(NR 72) J. Nemeth et J. Ripka
Nucl. Phys. A 194 (1972) 329

(NV 70) J. Nemeth and D. Vautherin
Phys. Lett. 32B (1970) 561

(NV 72) J. Negele et D. Vautherin
Phys. Rev. C5 (1972) 1472

(NVG 72) Nguyen Van Giai
Thèse d'Etat - Université Paris-Sud n° 973 (1972)
non publiée

(OS 64) L.W. Owen et G. Satchler
Nucl. Phys. 51 (1964) 155

(R 68) R.V. Reid
Ann. of Phys. 50 (1968) 411

(Ro 68) E. Rost
Phys. Lett. 26B (1968) 184

(RG 70) G. Ripka et J. Gillespie
Phys. Rev. Lett. 25 (1970) 1624

(S 72) D.W.L. Sprung
Nucl. Phys. A182 (1972) 97

(Sp72) D.W.L. Sprung
Adv. Nucl. Phys. Vol. 5 (1972) 225

(Sa 70) P. Sauer
Nucl. Phys. A150 (1970) 467

(Sch 69) R.R. Scheerbaum
Thesis, Cornell University 1969

(Si 70) P. Siemens
Nucl. Phys. A141 (1970) 225

(Si 72) I. Sick
Communication privée

(Sr 70) M.K. Srivastava
Nucl. Phys. A144 (1970) 236

(St 70) P.H. Stelson et al.
Phys. Rev. C2 (1970) 2015

(SB 67) P.J. Siemens et H.A. Bethe
Phys. Rev. Lett. 18 (1967) 704

(SBJS 70) D.W.L. Sprung, P.K. Banerjee, A.M. Jopko et M.K. Srivastava
Nucl. Phys. A144 (1970) 245

(SB 71) D.W.L. Sprung and P.K. Banerjee
Nucl. Phys. A 168 (1971) 273

(SMc 70) I. Sick et J.S. Mc Carthy
Nucl. Phys. A150 (1970) 631

(SS 73) J.D. Silver et D.N.S. Stacey
Proc. R. Soc. Lond. A 332 (1973) 139

(T 71) G.F. Trentelman et al.
Phys. Rev. C3 (1971) 2205

(TD 68) R.M. Tarbutton et K.T.R. Davies
Nucl. Phys. A 120 (1968) 1

(V 65) A.B. Volkov
Nucl. Phys. 74 (1965) 33

(V 69) D. Vautherin
Thèse d'Etat - Orsay 1969 - non publiée

(VB 72) D. Vautherin et D.M. Brink
Phys. Rev. C5 (1972) 626

(VV 68) D. Vautherin et M. Vénéroni
Phys. Lett. 26B (1968) 552

(VV 69) D. Vautherin et M. Vénéroni
Phys. Lett. 29B (1969) 203

(W 67) C.W. Wong
Nucl. Phys. A91 (1967) 399

(W 68) C.W. Wong
Nucl. Phys. A 108 (1968) 481

(W 73) C.Y. Wong
Phys. Lett. 41B (1972) 451
C.Y. Wong
Ann. Phys. (N.Y.) 77 (1973) 279

(WW 69) C.S. Wu et L. Wilets
Ann. Rev. of Nucl. Sc. 19 (1969) 527

(ZR 71) J. Zofka et G. Ripka
Nucl. Phys. A168 (1971) 65

LEGENDE DES TABLES

II-1 Coefficients α et β des composantes spin-orbite et tenseur de la force effective (Eq. II.21).

II-2 Coefficients (en MeV) et portées (en fm) des trois forces G-0, G-1 et G-3 de Sprung-Banerjee. Les quatre sous-espaces S, T sont dans l'ordre ^{3}pair, ^{1}pair,, ^{3}impair, ^{1}impair.

II-3 Intensités de la force qui corrige l'énergie de départ (Eq. II.38), en fonction de k_F. Les notations sont celles du paragraphe III.4.

III-1 Coefficients C_i^{ST} de l'équation (III.27).

IV-1 Propriétés des noyaux doublement magiques calculées avec la force G-0 originale (a) et renormalisée (b).

IV-2 Paramètres de renormalisation α, β des trois forces G-0, G-1 et G-3 pour obtenir une énergie à la saturation de a) 14 MeV, b) 15 MeV, c) 16 MeV et d) 17 MeV.

IV-3 Facteurs de renormalisation $\tilde{\phi}$ et ϵ nécessaires pour modifier l'énergie de symétrie.

IV-4 Energies de liaison, rayons quadratiques et énergies individuelles des noyaux ^{16}O, ^{40}Ca et ^{208}Pb calculés avec l'interaction G-0 non renormalisée et sans tenir compte des termes de réarrangement, comparés aux résultats de la référence (Sa 70).

V-1 Propriétés des noyaux doublement magiques calculées avec la force G-0 renormalisée, comparées à l'expérience.

V-2 Propriétés des noyaux ^{40}Ca et ^{208}Pb calculées avec les forces G-0, G-1 et G-3 renormalisées pour saturer la matière nucléaire à $K_s = 1.34$ fm^{-1} et $E_s = 16.5$ MeV.

V-3 Energies individuelles calculées utilisant la prescription (b) pour la force W.

V-4 Propriétés du ^{40}Ca calculées avec la force G-0 saturant la matière nucléaire à $E_s/A = 16.5$ MeV et $K_s = 1.34$ fm^{-1} (a) et $K_s = 1.36$ fm^{-1} (b).

V-5 Energies de transition dans les atomes muoniques de ^{90}Zr et ^{208}Pb, expérimentales et calculées à partir des densités de charge déterminées par les forces G-0 et Skyrme-II.

VI-1 Energies de transition muoniques dans la région des étains.

	J = L - 1	L	L + 1
$2(2L+1)_j$	$\frac{-(2L-1)}{L}$	$\frac{-(2L+1)}{L(L+1)}$	$\frac{2L+3}{L+1}$
$\frac{12_j}{(2L-1)(2L+3)}$	$\frac{-1}{L(2L+1)}$	$\frac{1}{L(L+1)}$	$\frac{-1}{(L+1)(2L+1)}$

TABLE II-1

Range	a	b	d
	Force G-0		
0.50	3242.0	-1780.0	1166.0
0.95	-1302.0	828.0	- 336.4
1.70	101.5	- 76.78	11.96
2.85	- 11.01	6.523	- 3.403
5.00	0.1117	- 0.1528	- 0.06649
	4724.0	-3000.0	1225.0
	-1248.0	+ 802.0	- 312.7
	73.69	- 64.57	- 1.611
	- 4.448	+ 2.450	- 1.591
	- 0.0577	- 0.0200	- 0.08102
	- 703.7	949.5	403.6
	217.3	133.6	373.1
	- 15.07	- 1.745	- 17.11
	- 0.3033	0.1709	- 0.1040
	0.2944	- 0.0120	0.2804
	339.8	179.3	548.9
	- 17.21	- 13.30	- 32.72
	- 14.46	11.35	- 1.224
	1.317	- 1.025	0.1217
	0.0056	0.0212	0.03032
	Force G-1		
0.50	1970.0	- 600.0	1154.0
0.95	- 793.0	340.0	- 330.6
1.70	48.18	- 26.66	11.92
2.85	- 5.000	1.200	- 3.368
5.00	- 0.1200	- 0.0400	- 0.0664
	3192.0	-1477.0	1183.0
	- 819.0	378.0	- 304.9
	39.20	- 30.00	- 1.600
	- 3.850	1.750	- 1.470
	- 0.0724	- 0.0058	- 0.08029

TABLE II-2

	a	b	d
	- 123.2	387.4	403.7
	285.3	64.50	373.0
	- 13.29	- 2.800	- 17.10
	- 0.2305	0.0981	- 0.09708
	0.2967	- 0.0120	0.2804
	430.0	87.40	548.9
	- 22.45	- 8.150	- 33.53
	- 7.800	4.800	- 1.272
	0.6338	- 0.3765	0.1218
	0.0178	0.0103	0.03181
	Force G-3		
0.50	2188.0	- 300.0	1433.0
0.95	- 675.0	115.0	- 385.7
1.70	36.00	- 9.000	13.36
2.85	- 4.515	0.5000	- 3.257
5.00	- 0.054	- 0.005	- 0.06658
	2055.0	- 348.0	1180.0
	- 530.8	89.80	- 304.9
	16.20	- 7.080	- 1.609
	- 2.400	0.3500	- 1.520
	- 0.0729	- 0.0020	- 0.07793
	300.0	- 50.00	174.2
	336.2	14.65	373.1
	- 16.66	0.1800	- 16.21
	- 0.1511	0.0187	- 0.1041
	0.2837	0.0013	0.2870
	495.0	6.000	510.1
	- 25.00	- 2.000	- 30.03
	- 4.600	1.250	- 1.456
	0.4047	- 0.1124	0.1220
	0.0218	0.0040	0.03186

TABLE II-2 (suite)

k_F	$\varkappa$	$A(^1S_0)$	$A(^3S_1)$	T	$\bar{U}$	$\bar{V}$	$T+\bar{U}=E_{NR}$	$T+\bar{V}=E_R$
0.7	0.095	1.45	9.20	6.1	-18.9	-17.1	-12.8	-11.0
1.0	0.096	0.492	3.02	12.44	-39.3	-35.5	-26.9	-22.8
1.36	0.136	0.348	1.50	23.0	-68.6	-58.5	-45.6	-35.5
1.70	0.174	0.325	1.14	31.85	-84.0	-69.4	-52.1	-38.4

k_F	$\varkappa$ $(^1S_0)$	$\varkappa$ $(^3S_1)$	$A(^1S_0)$	$A(^3S_1)$	$\bar{V}$	$T+\bar{V}=E_R$
1.0	0.0125	0.0766	0.492	3.02	-35.2	-22.8
1.1	0.0142	0.0800	0.421	2.37	-42.4	-27.3
1.2	0.0167	0.0848	0.381	1.94	-49.2	-31.3
1.3	0.0199	0.0911	0.356	1.63	-55.6	-34.6
1.4	0.0239	0.0988	0.343	1.42	-61.4	-37.0

TABLE II-3

C_i^{ST}	31	13	33	11
1	1	1	1	1
2	1	-1	-1	1
3	1	-1	1	-1
4	1	1	-1	-1

TABLE III-1

	^{16}O		^{40}Ca		^{90}Zr		^{208}Pb	
	a	b	a	b	a	b	a	b
E_{HF}/A	-1.57	-3.71	-1.75	-3.96	-1.39	-3.59	-0.51	-2.61
E_R/A	-1.92	-3.76	-2.52	-4.56	-3.13	-5.27	-3.44	-5.58
E_W/A	-0.70	-0.99	-0.68	-0.95	-0.57	-0.86	-0.44	-0.73
E_{WR}/A	0.34	0.30	0.39	0.31	0.43	0.30	0.45	0.32
E_T/A	-3.62	-7.68	-4.02	-8.33	-4.16	-8.63	-3.50	-7.87
r_n	2.75	2.67	3.39	3.38	4.19	4.28	5.41	5.60
r_p	2.79	2.69	3.46	3.43	4.14	4.21	5.23	5.39
S_p	7.9	12.7	5.5	9.9	3.5	8.4	3.3	9.2
S_n	10.9	15.8	12.0	16.7	9.8	13.2	6.2	8.0

TABLE IV-1

G – 0					G – 1					G – 3				
k_F	α	γ	S	K	k_F	α	γ	S	K	k_F	α	γ	S	K
1.26	0.0622	-0.549	24.3	188	1.24					1.28	0.0695	-0.203		300
1.28	0.0674	-0.480			1.26	0.08	-0.517		211	1.30	0.0750	-0.135	25.9	297
1.30	0.0715	-0.415	25.7		1.28	0.0859	-0.44			1.32	0.0789	-0.075		
1.32	0.0737	-0.358			1.30	0.0901	-0.365	25.41		1.34	0.0809	-0.026		
1.34	0.0752	-0.305			1.32	0.0927	-0.300		208	1.36	0.0815	+0.020	27.3	286
1.36	0.0758	-0.255	27.6	185	1.34	0.0944	-0.241			1.38	0.0810	+0.059		
1.38	0.0756	-0.213			1.36	0.0948	-0.187	27.14		1.40	0.0796	+0.091	28.0	276
1.40	0.0744	-0.170	28.5		1.38	0.0944	-0.138			1.42	0.0774	+0.120		
1.42	0.0726	-0.133			1.40	0.0934	-0.094	28.18	203	1.44	0.0746	+0.145	28.6	264
1.44	0.0702	-0.098	29.3	179	1.42	0.0915	-0.053			1.46	0.0715	+0.166		
1.46	0.0676	-0.065			1.44	0.0890	-0.015			1.48	0.0677	+0.184		
1.48	0.0650	-0.037			1.46	0.0861	+0.018			1.50	0.0641	+0.199	29.4	243
1.50	0.0620	-0.011	30.9	174	1.48	0.0829	+0.048							
					1.50	0.0792	+0.076	30.28	191					

TABLE IV-2 (a)

	G-0				G-1				G-3			
k_F	α	γ	S_c	K	α	γ	S_c	K	α	γ	S_c	K
1.26	0.0821	-0.595		197.7								
1.27					0.1031	-0.521		221.9	0.0833	-0.266		319.0
1.28	0.0873	-0.521		197.3	0.1059	-0.481		221.6	0.0874	-0.225		317.5
1.30	0.0913	-0.455	26.0	196.9	0.1105	-0.405	25.7	220.9	0.0932	-0.154	26.3	314.3
1.32	0.0940	-0.393		196.2	0.1133	-0.335		219.8	0.0972	-0.091		310.8
1.34	0.0954	-0.337		195.4	0.1150	-0.272		218.6	0.0993	-0.037		307.0
1.36	0.0958	-0.286	27.7	194.4	0.1156	-0.214	27.5	217.2	0.1000	0.010	27.7	302.8
1.38	0.0953	-0.239		193.3	0.1150	-0.163		215.6	0.0993	0.051		297.9
1.40	0.0942	-0.197	28.9	192.0	0.1138	-0.116	28.5	213.8	0.0978	0.086	28.5	292.8
1.42	0.0926	-0.156		190.7	0.1118	-0.073		211.8	0.0956	0.116		287.3
1.44	0.0901	-0.119		189.1	0.1092	-0.034	29.3	209.7	0.0925	0.143		280.9
1.46	0.0875	-0.085		187.5	0.1063	0.001		207.5	0.0891	0.165		274.4
1.48	0.0844	-0.055		185.7	0.1028	0.033		204.9	0.0855	0.184		267.5
1.50	0.0809	-0.027	31.25	183.8	0.0990	0.062	30.7	202.3	0.0812	0.201	29.8	259.6

TABLE IV-2 (b)

Force	E/A	$\tilde{\phi}$	ε
G-0	17	1.06	.022
	16	1.06	.016
	15	1.06	.010
	14	1.06	.008
G-1	17	1.02	.045
	16	1.04	.035
	15	1.04	.025
	14	1.04	.020
G-3	17	0.86	.012
	16, 15, 14	0.84	.010

TABLE IV-3

	HF	BHF	DDHF	RBHF
O^{16}				
- E/A [MeV]	3.13	3.91	3.62	4.25
r_c [fm]	2.62	2.50	~2.85	2.62
r_p [fm]	2.56		2.79	
Ca^{40}				
- E/A [MeV]	3.25	3.88	4.02	4.46
r_c [fm]	3.25	3.04	~3.54	3.18
r_p [fm]	3.17		3.46	
Pb^{208}				
- E/A [MeV]	1.82	2.52	3.50	3.46
r_c [fm]	4.79	4.51	~5.28	4.74
r_p [fm]	4.74			

TABLE IV-4

O^{16}	HF	BHF	DDHF	RBHF
0s 1/2 (n)	-38.44	-44.26	-31.27	-36.31
0p 3/2 (n)	-20.55	-21.93	-16.11	-16.71
0p 1/2 (n)	-12.73	-16.97	-10.87	-13.10
0s 1/2 (p)	-34.85	-40.64	-28.01	-33.29
0p 3/2 (p)	-17.14	-18.48	-13.03	-13.84
0p 1/2 (p)	- 9.52	-13.61	- 7.93	-10.30
Ca^{40}				
0s 1/2 (n)	-57.31	-65.98	-46.14	-54.27
0p 3/2 (n)	-39.70	-44.92	-31.64	-35.78
0p 1/2 (n)	-33.95	-40.78	-27.82	-32.82
0d 5/2 (n)	-24.10	-24.79	-18.57	-18.24
1s 1/2 (n)	-15.86	-21.27	-12.93	-15.93
0d 3/2 (n)	-14.10	-18.52	-12.03	-13.75
0s 1/2 (p)	-49.11	-57.50	-38.76	-47.30
0p 3/2 (p)	-31.81	-36.89	-24.53	-29.17
0p 1/2 (p)	-26.22	-32.87	-20.81	-26.29
0d 5/2 (p)	-16.60	-17.13	-11.81	-11.94
1s 1/2 (p)	- 8.45	-13.61	- 6.20	- 9.65
0d 3/2 (p)	- 6.95	-11.05	- 5.50	- 7.60

TABLE IV-5

Pb^{208}	HF	BHF	DDHF	RBHF
0s 1/2(p)	-61.65	-75.21	47.42	-61.13
0p 3/2 (p)	-52.15	-62.01	39.78	-50.12
0p 1/2(p)	-51.17	-61.57	39.15	-49.92
0d 5/2(p)	-43.25	-48.25	32.42	-38.63
0d 3/2(p)	-40.95	-47.96	31.03	-38.61
1s 1/2(p)	-36.16	-46.19	27.42	-37.07
0f 7/2(p)	-30.94	-34.18	22.66	-26.82
0f 5/2(p)	-26.44	-33.92	20.00	-26.90
1p 3/2(p)	-21.48	-30.97	16.20	-24.29
1p 1/2(p)	-19.22	-30.29	14.85	-23.93
0g 9/2(p)	-20.29	-20.15	13.96	-14.97
0g 7/2(p)	-13.12	-19.50	9.74	-14.82
1d 5/2(p)	- 9.58	-16.16	6.64	-11.80
1d 3/2(p)	- 6.13	-14.84	4.40	-11.02
2s 1/2(p)	- 5.39	-14.11	3.26	-10.45
0h 1/2(p)	- 9.32	- 6.44	4.99	- 3.23

Pb^{208}	HF	BHF	DDHF	RBHF
0s 1/2(n)	-79.52	-95.53	-61.80	-75.19
0p 3/2(n)	-71.17	-81.08	-54.87	-63.37
0p 1/2(n)	-70.08	-80.41	-54.12	-63.02
0d 5/2(n)	-60.00	-66.21	-45.85	-51.14
0d 3/2(n)	-57.54	-65.80	-44.28	-51.05
1s 1/2(n)	-54.44	-64.61	-41.85	-49.92
0f 7/2(n)	-49.35	-51.06	-37.14	-38.60
0f 5/2(n)	-44.68	-50.79	-34.33	-38.68
1p 3/2(n)	-40.50	-48.30	-31.35	-36.43
1p 1/2(n)	-37.77	-47.46	-29.89	-35.96
0g 9/2(n)	-36.34	-36.04	-26.82	-26.08
0g 7/2(n)	-28.70	-35.36	-22.31	-25.93
1d 5/2(n)	-25.98	-32.57	-20.16	-23.32
1d 3/2(n)	-21.66	-30.90	-17.61	-22.31
2s 1/2(n)	-22.26	-30.73	-17.22	-22.03
0h 11/2(n)	-24.76	-21.53	-17.41	-13.82
0h 9/2(n)	-13.69	-19.82	-10.94	-12.96
1f 7/2(n)	-14.10	-17.79	-10.47	-11.01
1f 5/2(n)	- 8.99	-15.32	- 7.10	- 9.49
2p 3/2(n)	-10.63	-15.57	- 7.43	- 9.78
2p 1/2(n)	- 8.56	-14.37	- 6.23	- 9.06
0i 13/2(n)	-13.16	- 7.80	- 8.00	- 2.13

TABLE IV-5 (suite)

	^{16}O	^{40}Ca	^{48}Ca	^{90}Zr	^{208}Pb
E_T/A	-7.68	-8.33	-8.40	-8.63	-7.87
B_{exp}	-7.98	-8.55	-8.67	-8.71	-7.87
E/A	-7.07	-8.13	-8.22	-8.55	-7.85
E_{CM}/A	-0.61	-0.20	-0.18	-0.08	-0.02
r_n	2.67	3.38	3.63	4.28	5.60
r_p	2.69	3.43	3.45	4.21	5.39
r_{ch}	2.75	3.49	3.51	4.27	5.45
$r_{ch\ exp}$	2.73	3.49-3.50	3.48-3.49	4.23-4.30	5.50-5.52
S_p	12.7	9.9	16.0	8.4	9.2
$S_{p\ exp}$	12.1	8.3	15.3	8.4	8.0
S_n	15.8	16.7	10.5	13.2	8.0
$S_{n\ exp}$	15.7	15.6	9.9	12.0	7.4

TABLE V-1

	^{40}Ca			^{208}Pb		
	G-0	G-1	G-3	G-0	G-1	G-3
E_{HF}/A	-3.94	-3.92	-3.68	-2.61	-2.58	-2.50
E_R/A	-4.56	-4.55	-3.94	-5.58	-5.58	-5.13
E_{WR}/A	0.31	0.32	0.37	0.32	0.33	0.36
E_T/A	-8.33	-8.29	-7.41	-7.87	-7.85	-7.28
r_n	3.38	3.34	3.29	5.60	5.57	5.50
r_p	3.43	3.39	3.34	5.39	5.36	5.31
r_{ch}	3.49	3.45	3.40	5.45	5.42	5.37
S_p	9.9	10.6	10.1	9.2	9.5	7.8
S_n	16.7	16.6	15.8	8.0	7.7	7.3

TABLE V-2

TABLE V-3

^{16}O	NEUTRONS		PROTONS	
	Calc.	Exp.	Calc.	Exp.
$1s_{1/2}$	36.38	47.	33.16	40±8
$1p_{3/2}$	21.25	21.8	18.13	18.4
$1p_{1/2}$	15.81	15.7	12.78	12.1
$1d_{5/2}$	6.29	4.2	3.33	0.6
$2s_{1/2}$	1.50	3.2		
^{40}Ca				
$1s_{1/2}$	49.48	50.	42.36	50±11
$1p_{3/2}$	36.03	30.	29.08	34±6
$1p_{1/2}$	32.58	27.	25.69	
$1d_{5/2}$	23.39	21.9	16.68	15.5
$2s_{1/2}$	16.73	18.2	9.99	10.9
$1d_{3/2}$	17.16	15.6	10.58	8.3
$1f_{7/2}$	10.56	8.4	4.11	1.4
$2p_{3/2}$	3.59	6.3		
$1f_{5/2}$	2.35	2.9		
$2p_{1/2}$	2.00	4.3		
^{48}Ca				
$1s_{1/2}$	49.82		48.58	55±9
$1p_{3/2}$	35.99		36.08	35±7
$1p_{1/2}$	34.04		33.56	
$1d_{5/2}$	23.13	16.	24.09	20
$2s_{1/2}$	17.18	12.4	16.12	15.8
$1d_{3/2}$	18.56	12.4	18.94	15.7
$1f_{7/2}$	10.47	9.9	11.48	9.6
$2p_{3/2}$	4.30	5.1	2.47	1.9
$1f_{5/2}$	3.16	1.2	3.84	4.9
$2p_{1/2}$	2.88	3.1		

Table V-3 (suite)

^{90}Zr	NEUTRONS		PROTONS	
	Calc.	Exp.	Calc.	Exp.
$1s_{1/2}$	56.25		47.96	54±8
$1p_{3/2}$	46.76		39.88	43±8
$1p_{1/2}$	45.46		38.24	
$1d_{5/2}$	35.03		28.94	
$2s_{1/2}$	29.86		22.51	27±8
$1d_{3/2}$	32.14		25.55	
$1f_{7/2}$	24.18		18.70	
$2p_{3/2}$	18.03	13.1	10.61	
$1f_{5/2}$	19.20	13.5	13.27	
$2p_{1/2}$	15.95	12.6	8.64	
$1g_{9/2}$	13.25	12.0	7.96	
$1g_{7/2}$	5.98	4.5	5.04	
$2d_{5/2}$	6.14	7.2		
$3s_{1/2}$	3.72	5.6		
^{208}Pb				
$1s_{1/2}$	58.68		50.35	
$1p_{3/2}$	52.77		43.66	
$1p_{1/2}$	52.17		43.16	
$1d_{5/2}$	44.86		37.08	
$2s_{1/2}$	41.20		32.52	
$1d_{3/2}$	43.63		36.01	
$1f_{7/2}$	37.16		28.29	
$2p_{3/2}$	31.90		22.30	
$1f_{5/2}$	34.97		26.23	
$2p_{1/2}$	30.72		21.21	
$1g_{9/2}$	27.90		20.28	15.4
$2d_{5/2}$	21.67		13.16	9.7
$1g_{7/2}$	24.37		16.98	11.4

Table V-3 (suite)

^{208}Pb	NEUTRONS		PROTONS	
	Calc.	Exp.	Calc.	Exp.
$3s_{1/2}$	18.65		9.59	8.0
$2d_{3/2}$	19.50		11.22	8.4
$1h_{11/2}$	19.33		11.89	9.4
$2f_{7/2}$	12.42	9.7	2.76	2.9
$1h_{9/2}$	14.19	10.8	7.05	3.8
$3p_{3/2}$	9.07	8.3		
$2f_{5/2}$	9.44	7.9		
$3p_{1/2}$	7.98	7.4		
$1i_{13/2}$	10.62	9.0		
$1i_{11/2}$	3.73	3.1		
$2g_{9/2}$	3.10	3.9		

^{40}Ca

	a	b
E_{HF}/A	-3.99	-3.92
E_R/A	-4.63	-4.49
E_T/A	-8.47	-8.23
r_n	3.40	3.37
r_p	3.44	3.42
r_{ch}	3.51	3.48

TABLE V-4

^{90}Zr

	Exp.(E 68)	G-0	Skyrme - II
$2p_{3/2}$- $1s_{1/2}$	2535.9 ± 0.4	2533.7	2527.7
$2p_{1/2}$ - $1s_{1/2}$	2514.9	2512.9	2506.6
c.g.	2528.9 ± 0.8	2526.6	2520.7
Δp	21.0	21.0	21.0

^{208}Pb

	Exp (A 69)	G-0	Skyrme - II
$2p_{3/2}$-$1s_{1/2}$	5963.11 ± 0.45	6008.66	5930.57
$2p_{1/2}$-$1s_{1/2}$	5778.93 ± 0.50	5821.76	5747.48
$3d_{3/2}$-$2p_{1/2}$	2641.48 ± 0.42	2647.70	2636.91
$3d_{5/2}$- $2p_{3/2}$	2500.07 ± 0.45	2503.70	2496.50
$3d_{3/2}$-$2p_{3/2}$	2456.64 ± 0.47	2460.90	2453.24
Δp (K_α splitting)	184.94 ± 0.22	186.90	183.09
Δp - Δd (K_α splitting)	141.41 ± 0.35	144.10	140.41

TABLE V-5

	$2p_{3/2} \rightarrow 1s_{1/2}$		$2p_{1/2} \rightarrow 1s_{1/2}$		$3d_{5/2} \rightarrow 2p_{3/2}$		$3d_{3/2} \rightarrow 2p_{1/2}$	
	Th.	Exp.	Th.	Exp.	Th.	Exp.	Th.	Exp.
$^{114}_{48}Cd_{66}$	3271.5	3263.6	3231.7	3223.7	906.0	905.8	940.7	940.6
$^{116}_{50}Sn_{66}$	3471.7	3464.8	3425.8	3419.1	982.5	982.2	1022.4	1022.1
$^{124}_{50}Sn_{74}$	3455.1	3444.3	3409.5	3398.9	982.3	981.7	1021.9	1021.4
$^{126}_{52}Te_{74}$	3639.1	3629.3	3587.2	3577.6	1061.1	1060.7	1106.1	1105.7

TABLE VI-1

LEGENDE DES FIGURES

II-1 L'interaction en gaussiennes de Sprung-Banerjee à $k_F = 1.36\ fm^{-1}$, comparée à l'interaction du type de Negele : a) force S-B parité paire ; b) force de Negele, parité paire ; c) force S-B parité impaire ; d) force de Negele, parité impaire.

II-2 Dépendance en densité de l'interaction du type Negele, représentée pour quatre rayons.

II-3 Force du type Negele, définie par l'équation (II-13) dans les quatre sous-espaces de spin et isospin, et pour différentes densités : ligne continue $k_F = 1.36\ fm^{-1}$; en pointillé $k_F = 1.0$, en tireté $k_F = 0.7$; en pointillé-tireté $k_F = 1.70$.

II-4 La force G-0 représentée dans les quatre sous-espaces de spin et isospin. Les différentes courbes correspondent aux mêmes densités que dans la figure (II-3).

II-5 Courbes de saturation dans la matière nucléaire calculées pour les trois forces G-0, G-1 et G-3.

II-6 Forces tenseur et spin orbite. Les différentes courbes correspondent aux mêmes densités que dans la figure II-3, sauf la courbe _ .. qui représente la force du type Negele à $k_F = 1.36$.

III-1 Diagrammes correspondants aux différentes composantes de l'énergie potentielle d'une particule dans l'état γ (occupé).

III-2 Potentiels de réarrangement des neutrons (lignes continues) et des protons (lignes tiretées) pour les noyaux ^{16}O et ^{208}Pb, calculés avec la force G-0 .

III-3 Potentiels dus à la force W dans l'approximation (b), pour différents niveaux de neutrons du ^{40}Ca.

IV-1 Energie de liaison et rayon quadratique de charge de ^{16}O, en fonction des propriétés de saturation de la force G-0 dans la matière nucléaire.

IV-2 Energie de liaison et rayon quadratique de charge de ^{208}Pb, en fonction des propriétés de saturation de la force G-0 dans la matière nucléaire.

IV-3 Contributions par sous-espaces de spin et isospin à l'énergie de liaison de la matière nucléaire pour la force Skyrme-II et pour la force G-0 renormalisée.

V-1 Energie de liaison par particule pour différents calculs utilisant des forces dépendant de la densité : ligne continue, expérience ; en tireté-double pointillé, Skyrme-II ; en tireté-pointillé, Negele ; en pointillé Nemeth-Vautherin ; en tireté présent travail.

V-2 Contribution à l'énergie totale par particule en fonction du nombre de masse.

V-3 Energies à une particule du ^{40}Ca utilisant différentes définitions de l'énergie de départ.

V-4 Déplacements des niveaux de particule du ^{208}Pb dus à la force qui dépend de l'énergie (Approximation (b)).

V-5 Energies à une particule du ^{208}Pb pour deux définitions de l'énergie de départ.

V-6 Influence de l'énergie de symétrie sur la position des niveaux à une particule dans le ^{208}Pb.

V-7 Facteur de forme de ^{4}He calculé a) avec la correction standard du centre de masse (équ. V.9) et b) avec la correction self-consistante. La courbe c) correspond au calcul avec la force G-0 renormalisée à $k_s = 1.44$ fm^{-1}.

V-8 Diffusion élastique d'électrons de 374 MeV sur ^{16}O ; pourcentage de déviation défini par la formule (V.12).

V-9 Facteur de forme de ^{16}O. Les points expérimentaux sont ceux de la référence (SMc 70).

V-10 Distributions de charge pour ^{16}O, ^{40}Ca, ^{48}Ca, ^{90}Zr et ^{208}Pb, calculées en utilisant la force G-0. Les lignes en pointillé correspondent aux densités phénoménologiques.

V-11 Diffusion élastique d'électrons de 249 MeV sur ^{40}Ca ; pourcentage de déviation défini par la formule (V.12).

V-12 Densité de charge du ^{40}Ca calculée avec la force G-0 normalisée, saturant la matière nucléaire à $k_s = 1.34$, 1.35 et 1.36 fm^{-1}.

V-13 Influence dans le ^{40}Ca des corrélations 2p-2h sur la diffusion élastique d'électrons.

V-14 Diffusion élastique d'électrons de 300 MeV sur ^{90}Zr ; pourcentage de déviation défini par la formule (V.12).

V-15 Densité de charge du ^{208}Pb calculée avec les forces G-0, G-1 et G-3, renormalisées pour saturer la matière nucléaire à un $k_F = 1.35$ fm^{-1} et $E_s/A = 16.5$ MeV.

V-16 Contributions par couches majeures à la densité de protons du ^{208}Pb.

V-17 Diffusion élastique d'électrons de 502 MeV sur ^{208}Pb ; pourcentage de déviation défini par l'équation (V.12).

V-18 Analyse en moments de la densité de charge du ^{208}Pb.

V-19 Vue en perspective des distributions de masse calculées avec la force G-0.

V-20 Sections efficaces de diffusion élastique d'électrons pour des distributions de charge calculées avec la force G-0.

VI-1 Energies de liaison par particule des isotopes de l'hélium.

VI-2 Energies de liaison par particule des isotopes de l'oxygène.

VI-3 Position des niveaux de particule des isotopes de l'oxygène.

VI-4 Probabilités d'occupation des orbites de neutrons pour les isotopes de l'étain.

VI-5 Energies de liaison par particule des isotopes de l'étain.

VI-6 Spectre des niveaux de protons pour les différents isotopes de l'étain.

VI-7 Spectre des niveaux de neutrons pour les différents isotopes de l'étain.

VI-8 Facteur de forme électromagnétique du neutron calculé à partir de l'expression (VI-5). Les différentes courbes correspondent aux valeurs de R^2 (de haut en bas) 0.5, 0.75 et 1.2 fm^2.

VI-9 Section efficace de diffusion élastique d'électrons de 330 MeV sur ^{124}Sn. Les points expérimentaux nous ont été communiqués par I. Sick (Si 72).

VI-10 Rayons quadratiques moyens des isotopes des étains. Les points expérimentaux proviennent de la référence (FFTS 72).

VI-11 Analyse en moments de la densité de charge de ^{124}Sn.

VI-12 Valeurs théoriques et expérimentales de $\delta < r^2 >$ pour les isotopes de l'étain.

VI-13 Variation des moments de la densité de charge entre ^{116}Sn et ^{124}Sn.

VI-14 Changement isotopique des champs locaux équivalents de Hartree-Fock entre ^{116}Sn et ^{124}Sn.

VII-1 Energie de liaison par particule et densité de charge à l'origine pour ^{36}Ar calculé avec le niveau $2s_{1/2}$ occupé (ligne en tiretés) et vide (ligne continue).

VII-2 Densité de charge de ^{36}Ar calculé avec l'état $2s_{1/2}$ vide, pour différentes valeurs de λ : - 0.1 (ligne continue), 0. (pointillée), 0.07 (tiretée), 0.10 (tiretée-pointillée), 0.20 (tiretée-double pointillée) et 0.30 (tiretée-triple pointillée).

VII-3 Densité de neutrons de ^{200}Hg calculée avec le niveau $3s_{1/2}$ de protons inoccupé, pour différentes valeurs de λ : - 0.05 (ligne continue), 0. (pointillée), 0.05 (tiretée) et 0.15 (tiretée-pointillée).

VII-4 Densité de charge de ^{200}Hg calculée avec le niveau $3s_{1/2}$ de protons inoccupé, pour différentes valeurs de λ : -0.05 (ligne continue), 0. (pointillée), 0.05 (tiretée) et 0.15 (tiretée-pointillée).

VII-5 Spectre des niveaux de neutrons de ^{200}Hg calculés en fonction de l'intensité λ du champ extérieur.

VII-6 Spectre des niveaux de protons de ^{200}Hg calculés en fonction de l'intensité λ du champ extérieur.

VII-7 Densité de charge de ^{200}Hg calculée pour différentes occupations du niveau $3s_{1/2}$ de protons : inoccupé (ligne continue), 0.16 particules (pointillée), 0.94 (tiretée) et 2.0 (tiretée-pointillée).

VII-8 Rapport entre les sections efficaces de diffusion élastique d'électrons de 500 MeV sur ^{208}Pb, sur ^{200}Hg, pour trois densités de la figure VII-7 : $3s_{1/2}$ vide (pointillée), 0.94 particules (tiretée) et 2.0 (tiretée-pointillée).

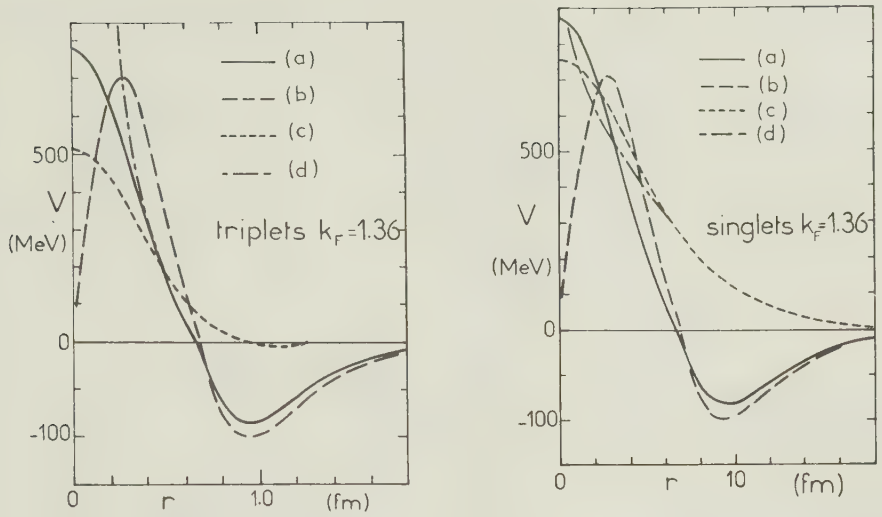


Fig. II-1

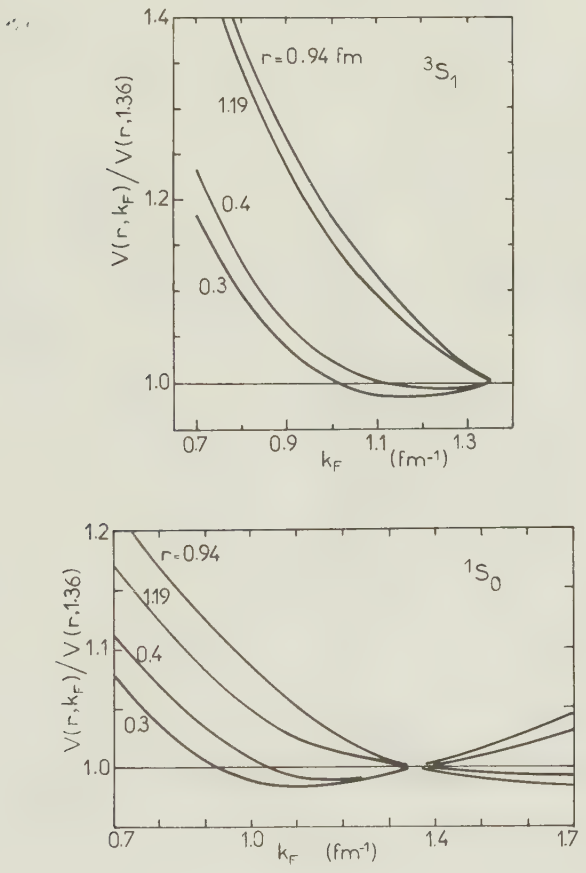


Fig. II-2

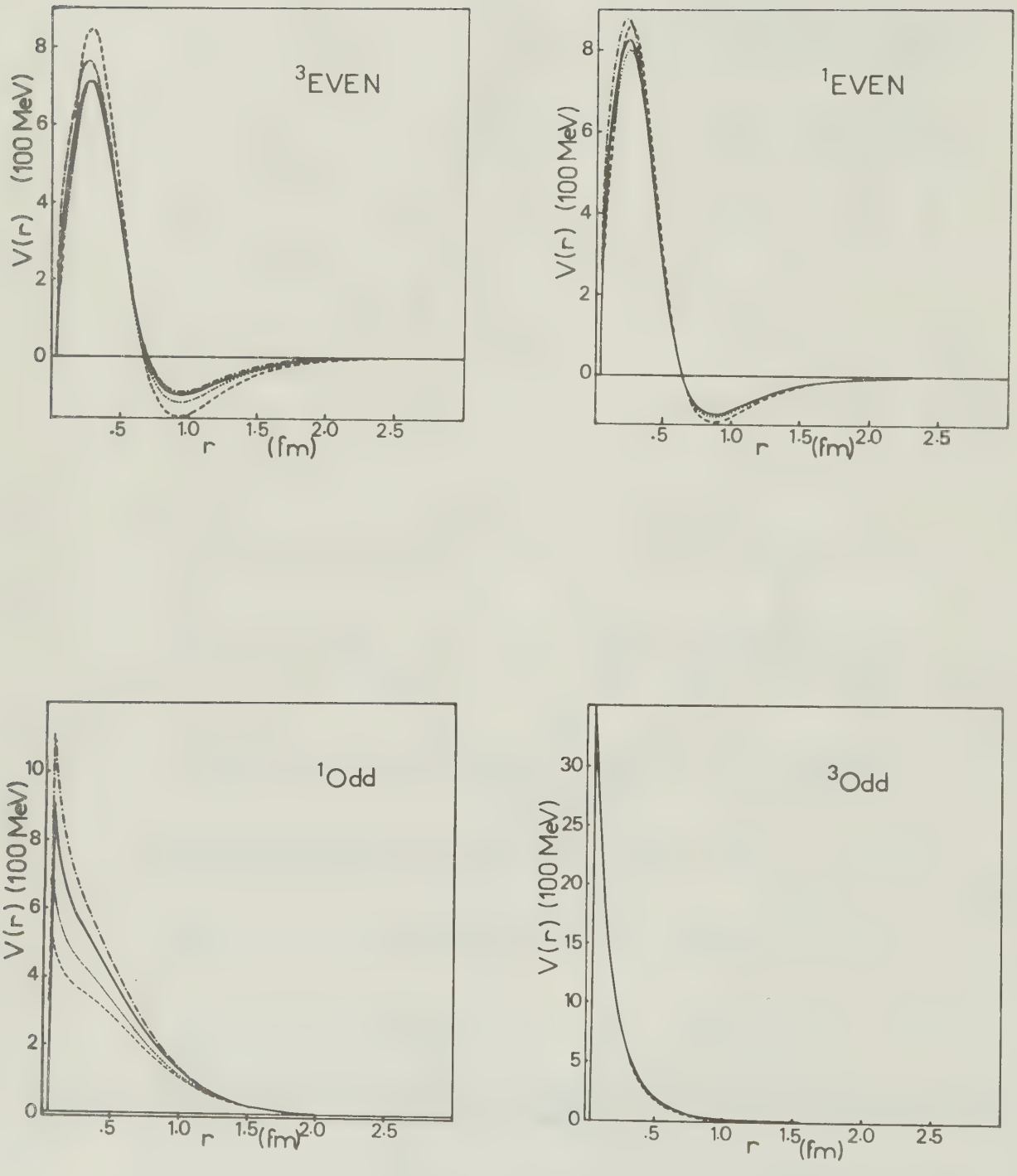


Fig. II-3

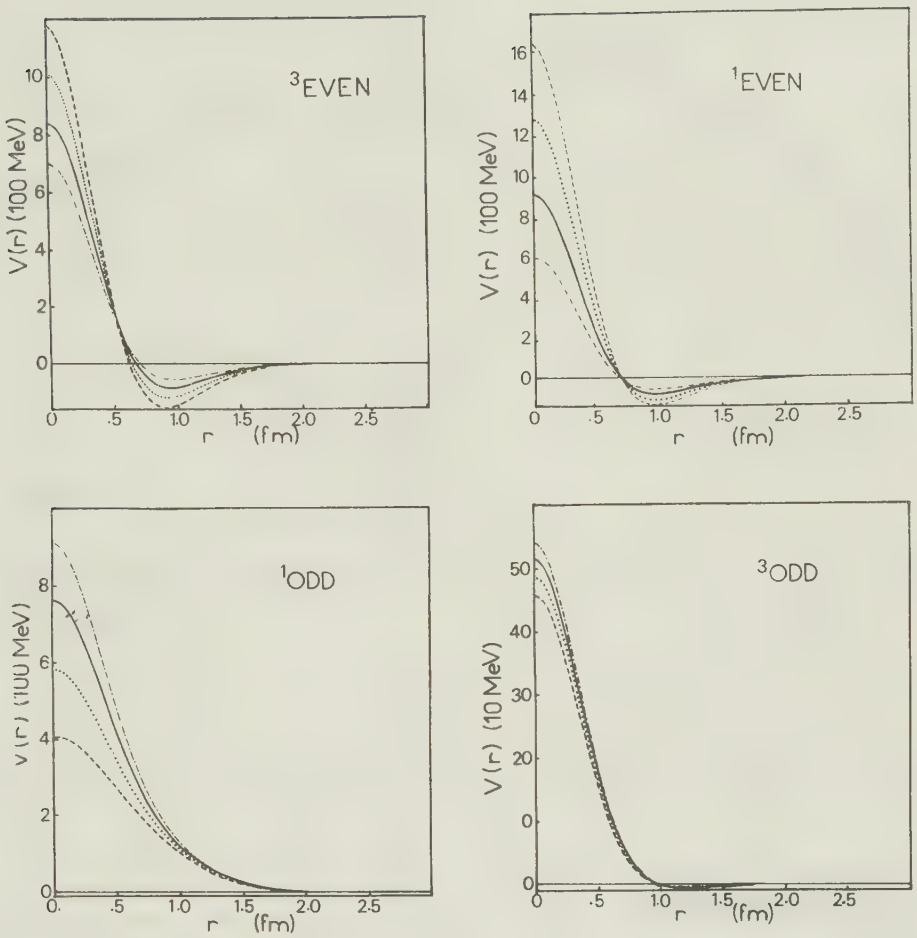


Fig. II-4

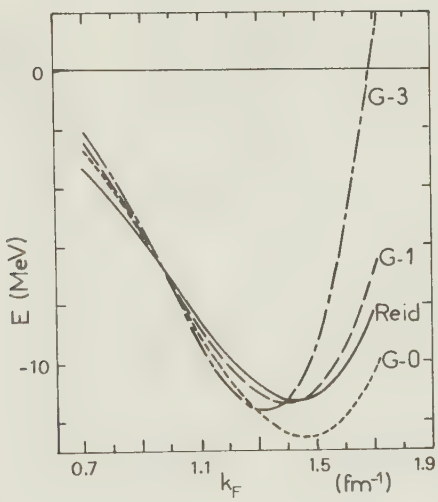


Fig. II-5

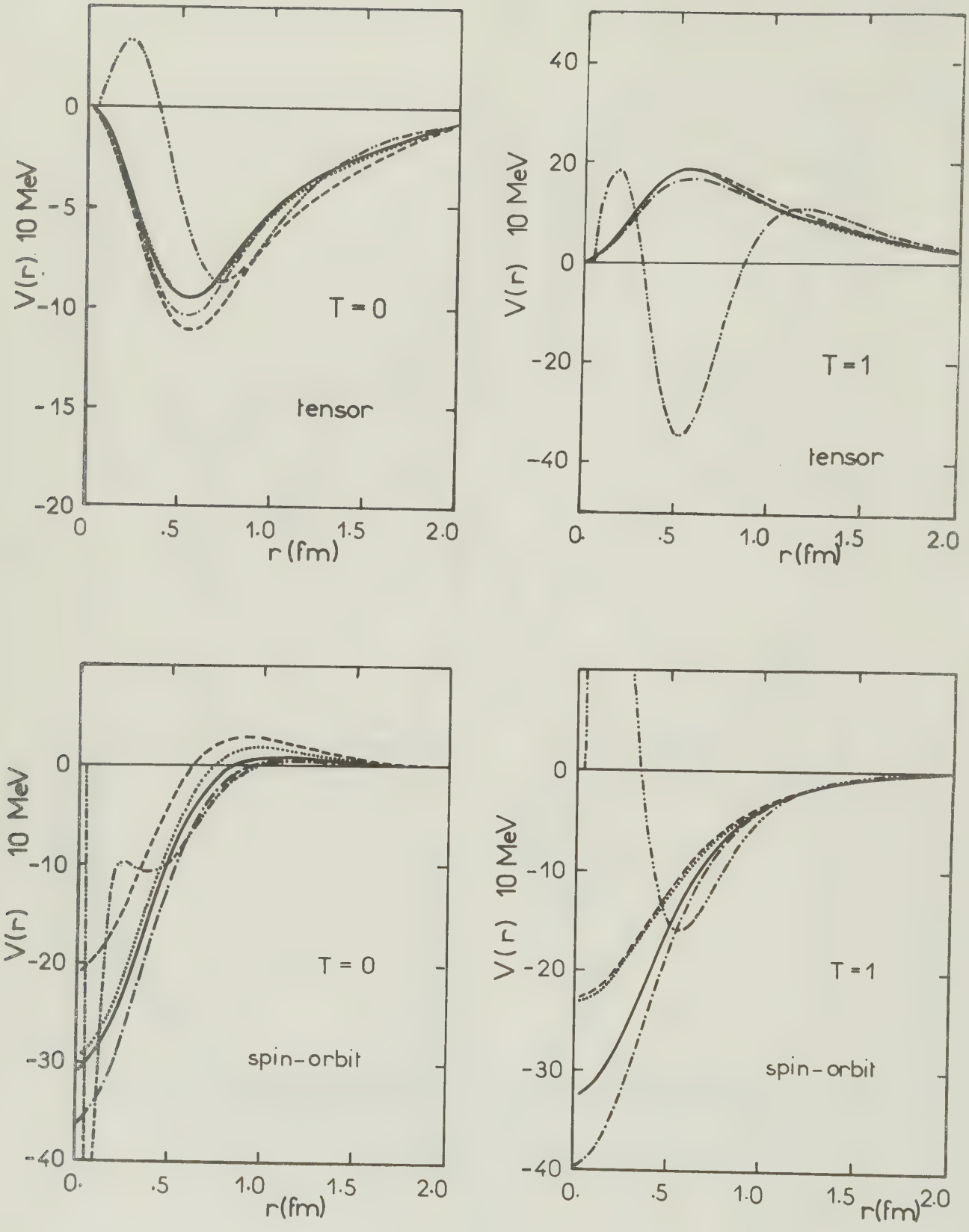

V(r) 10 MeV
0
-5
-10
-15
-20
T = 0
tensor
0
.5
1.0
1.5
2.0
r (fm)
40
20
0
-20
-40
T = 1
tensor
spin-orbit
-30

Fig. II-6

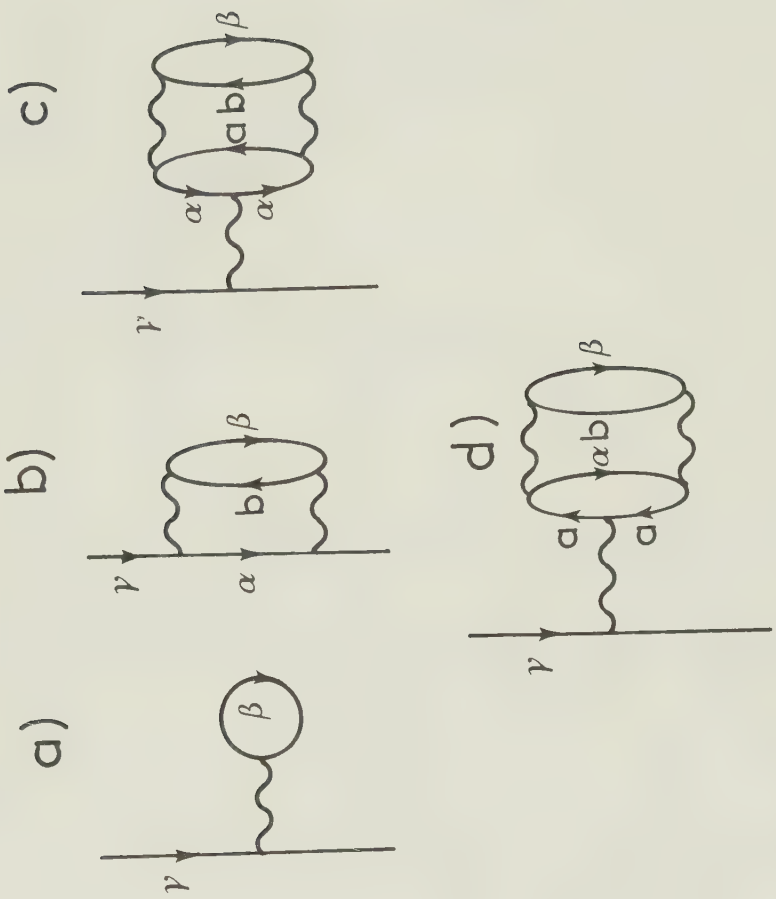


Fig. III-1

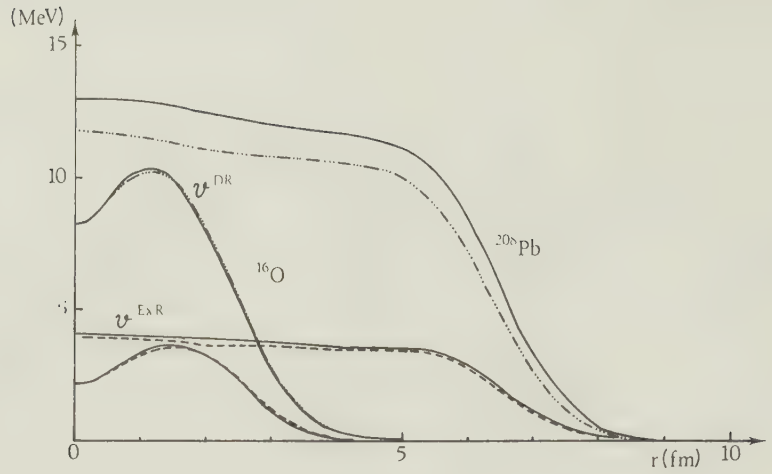


Fig. III-2

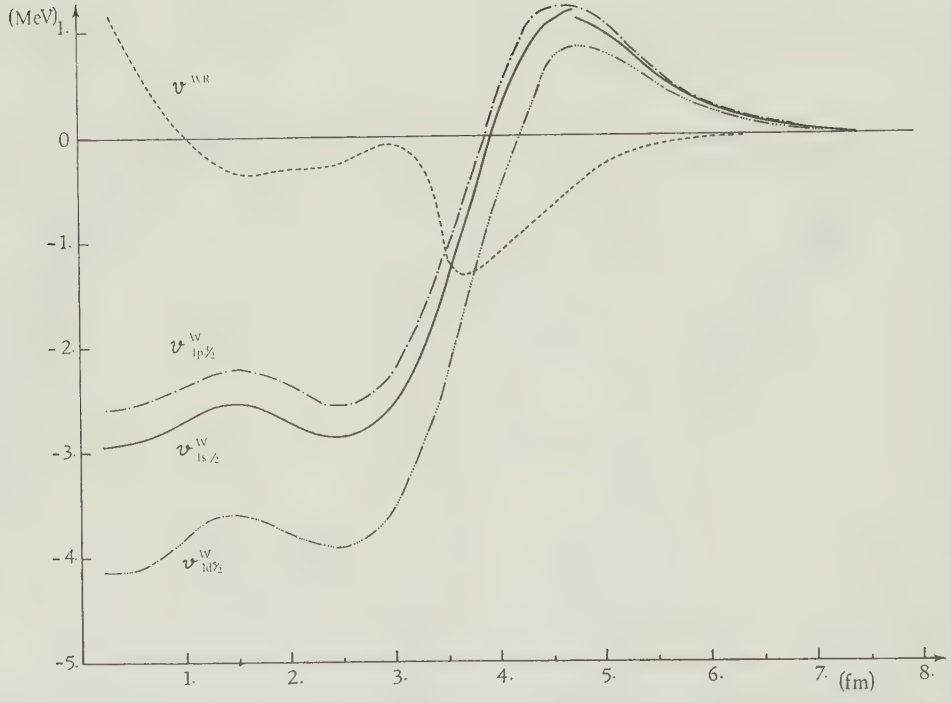


Fig. III-3

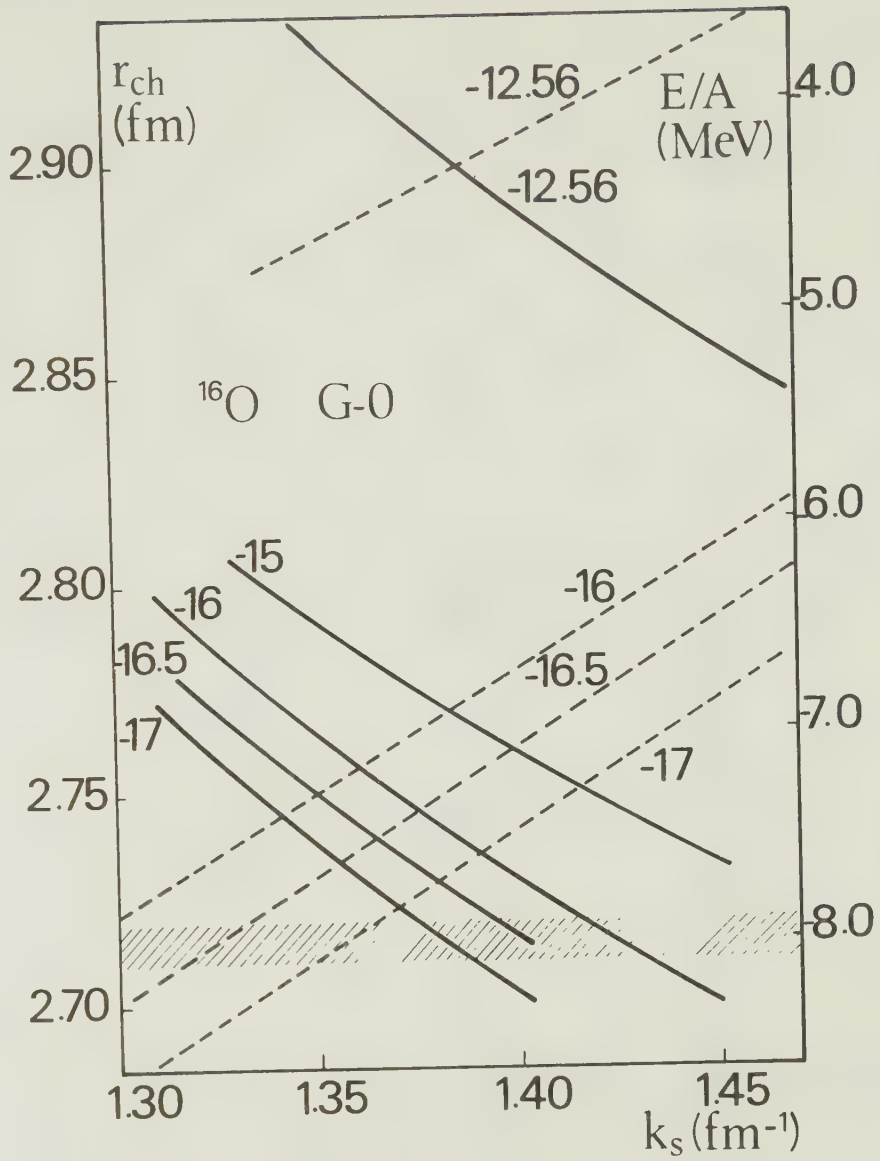


Fig. IV-1

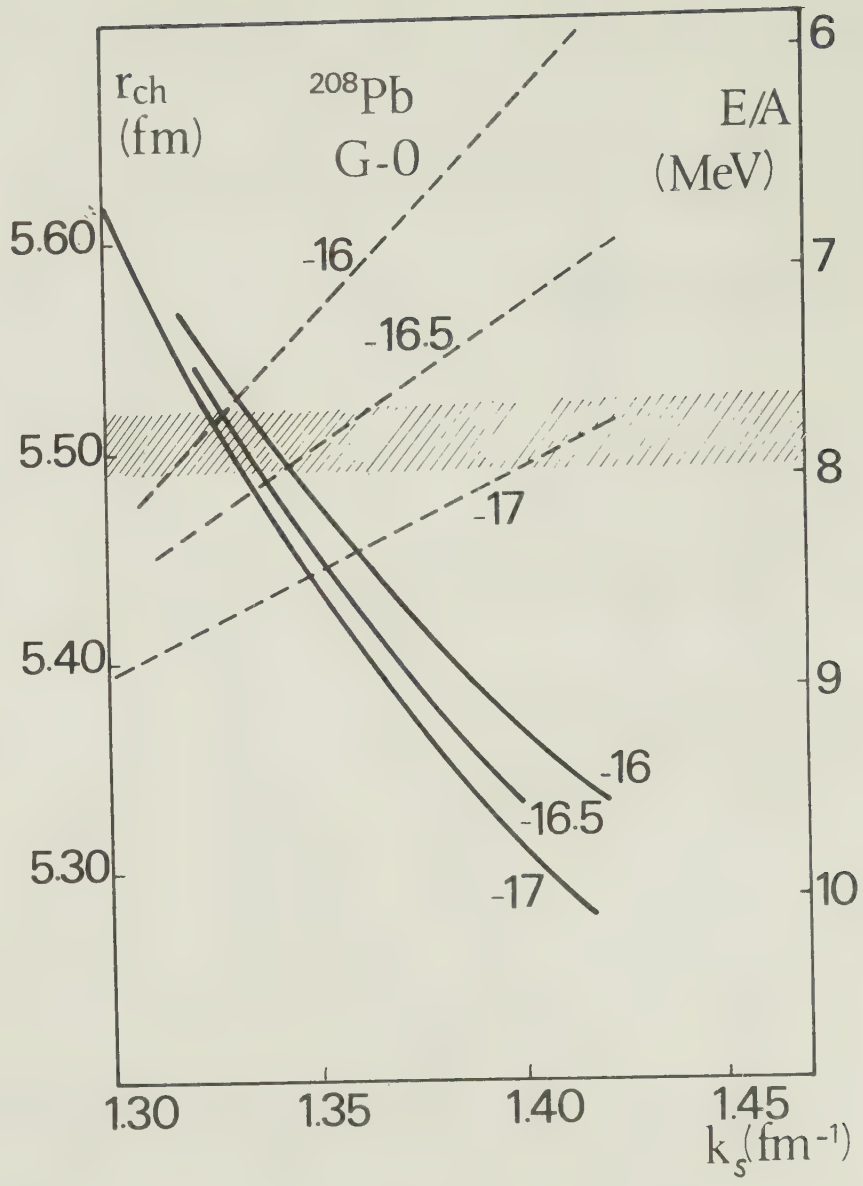


Fig. IV-2

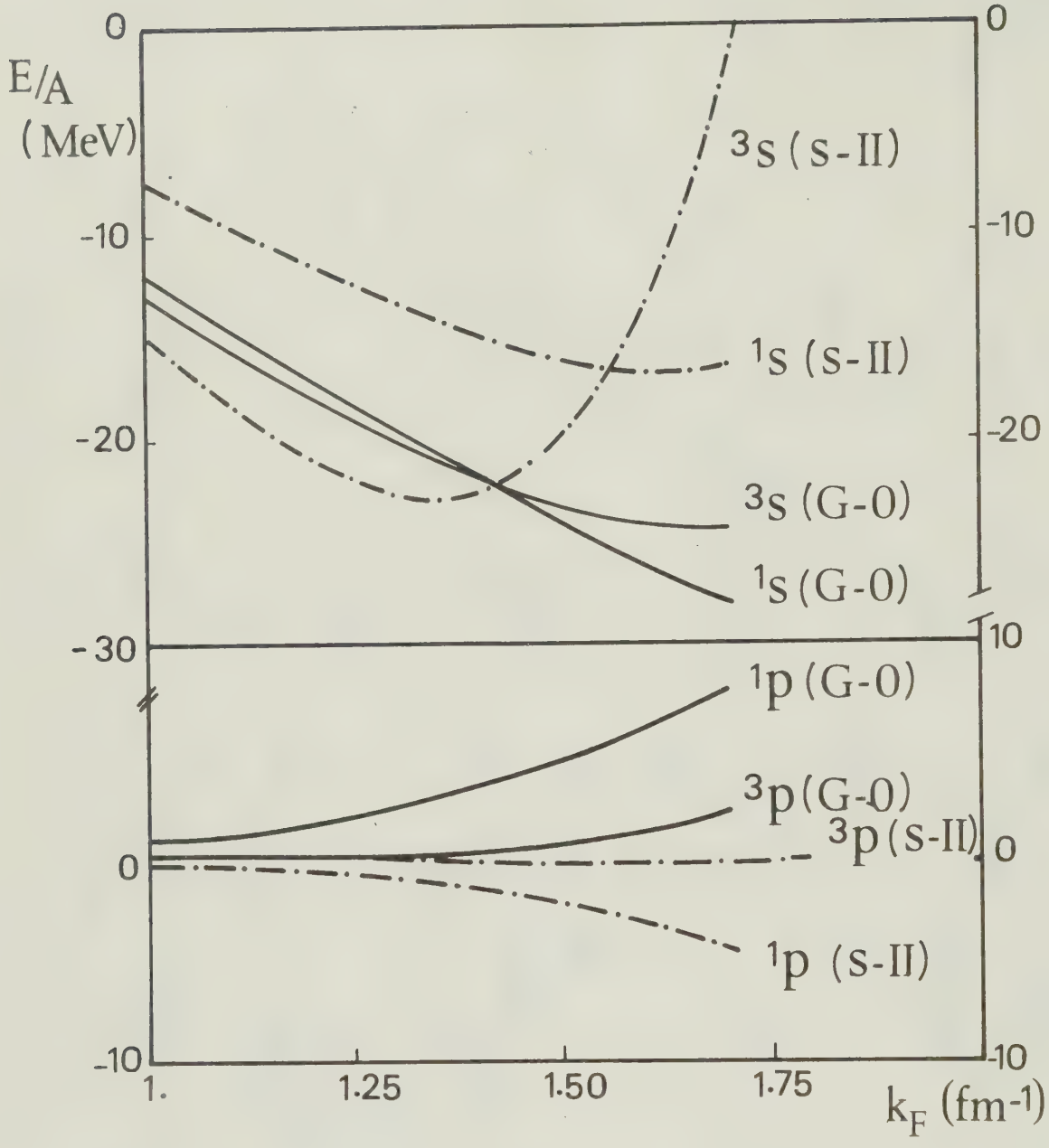

E/A
(MeV)
0
-10
-20
-30
0
-10
-20
10
0
-10
^{3}S (s-II)
^{1}S (s-II)
^{3}S (G-0)
^{1}S (G-0)
^{1}p (G-0)
^{3}p (G-0)
^{3}p (s-II)
^{1}p (s-II)
1.
1.25
1.50
1.75
k_F (fm^{-1})

Fig. IV-3

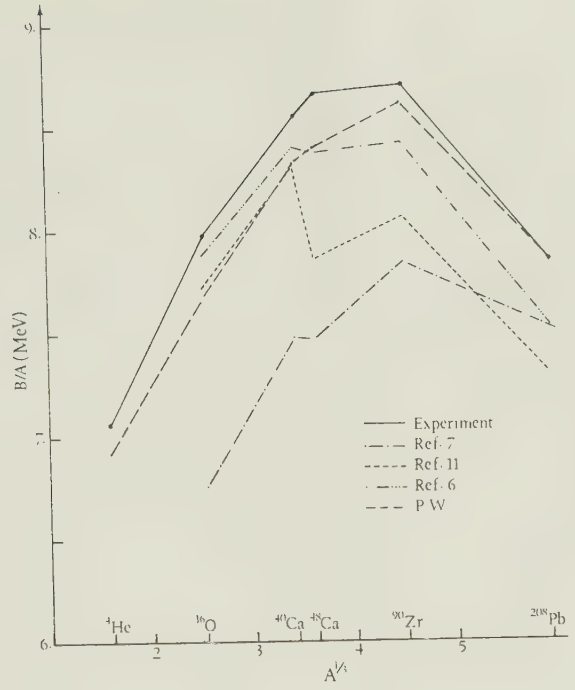

B/A (MeV)
Experiment
Ref. 7
Ref. 11
Ref. 6
P W
4He
16O
40Ca
48Ca
90Zr
208Pb
A1/3

Fig. V-1

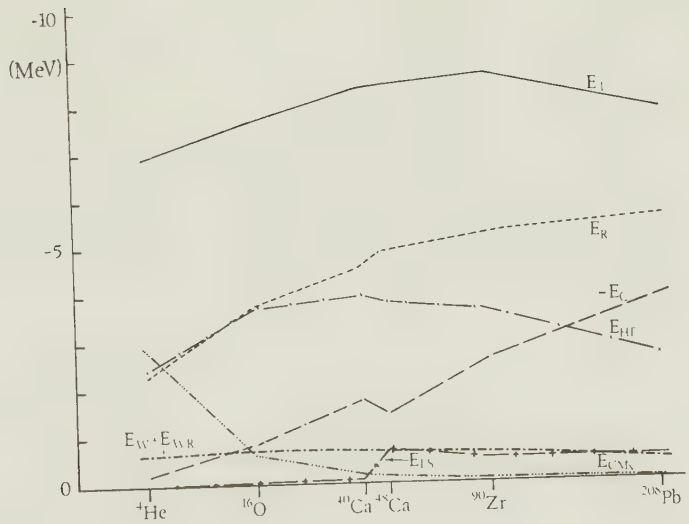

-10
(MeV)
-5
0
E1
ER
-EC
EHF
EW+EWR
E1S
ECMX
4He
16O
40Ca
48Ca
90Zr
208Pb

Fig. V-2

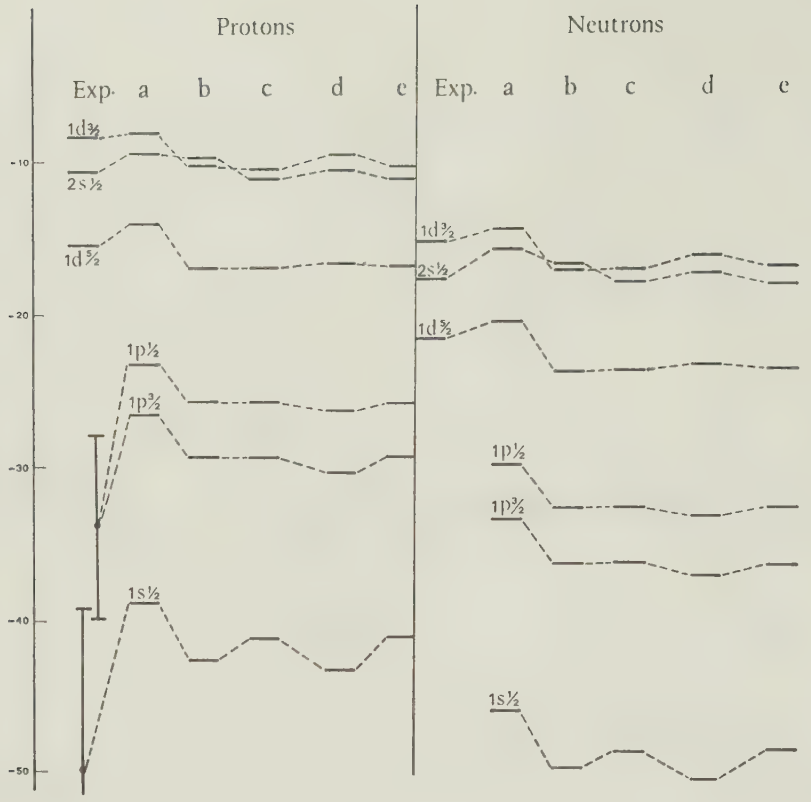

Protons
Neutrons
Exp.
a
b
c
d
e
1d3/2
2s1/2
1d5/2
1p1/2
1p3/2
1s1/2
-10
-20
-30
-40
-50

Fig. V-3

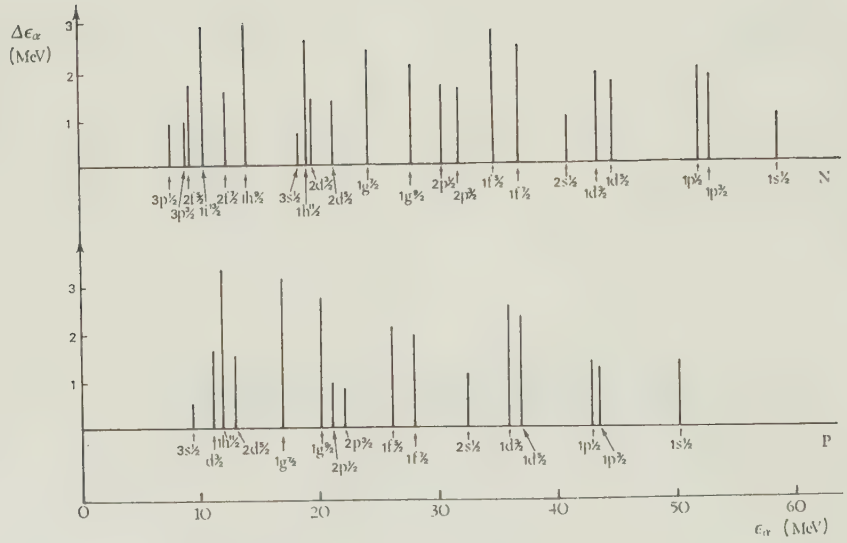

Δεα
(MeV)
3
2
1
N
P
0
10
20
30
40
50
60
εα (MeV)

Fig. V-4

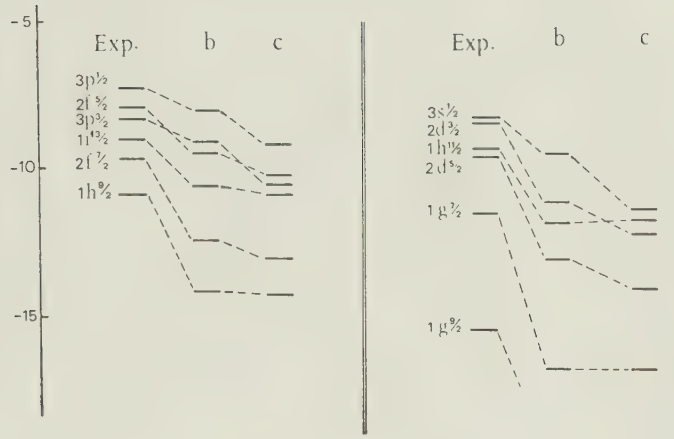

-5
-10
-15
Exp.
b
c
3p½
2f 5/2
3p3/2
1i13/2
2f 7/2
1h9/2
Exp.
b
c
3s½
2d3/2
1h11/2
2d5/2
1g7/2
1g9/2

Fig. V-5

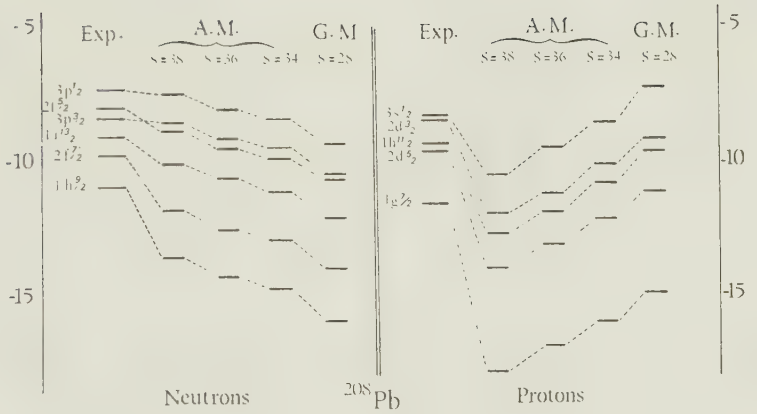

-5
-10
-15
Exp.
A.M.
G.M
S=38
S=36
S=34
S=28
Neutrons
208Pb
Protons

Fig. V-6

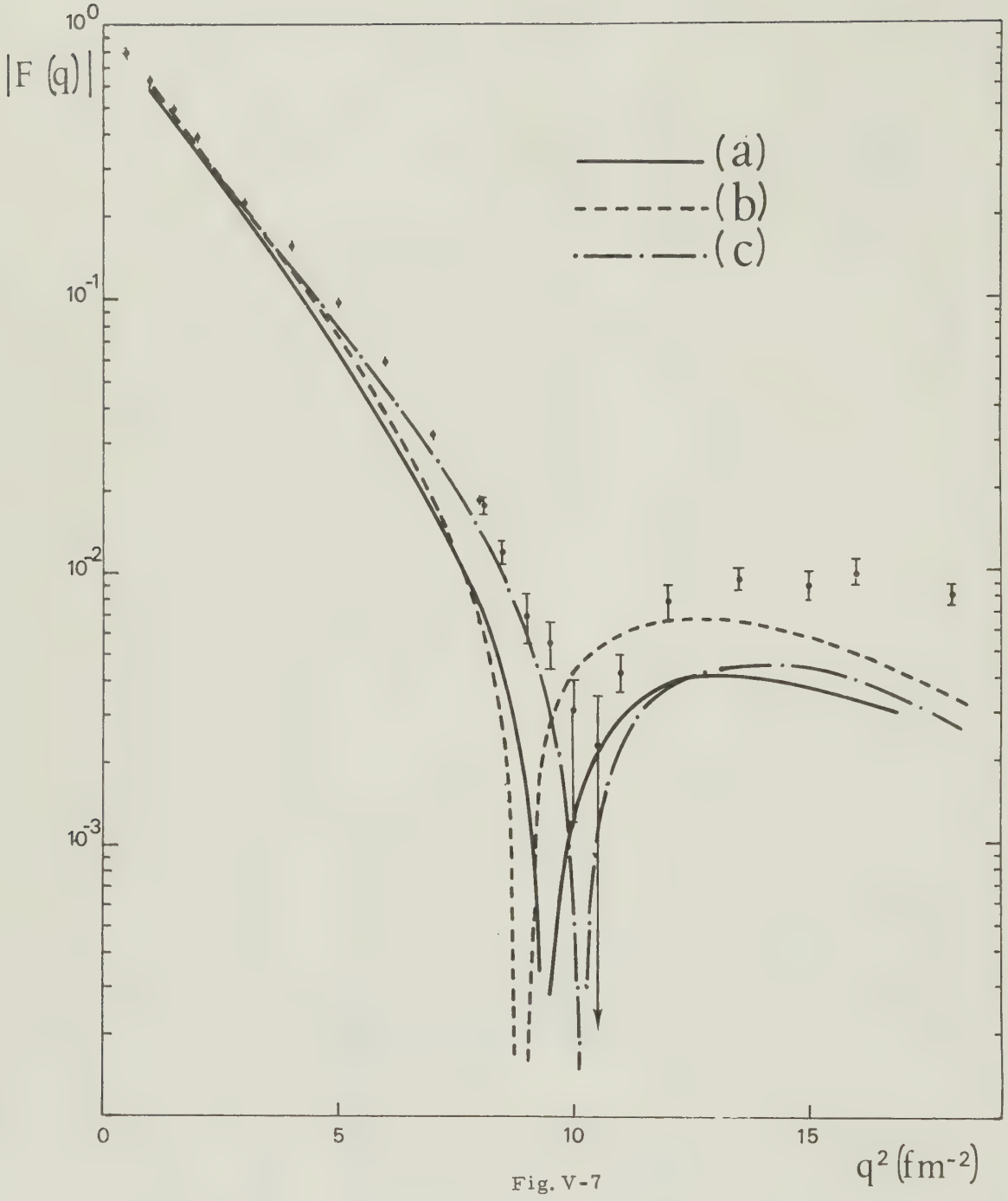


Fig. V-7

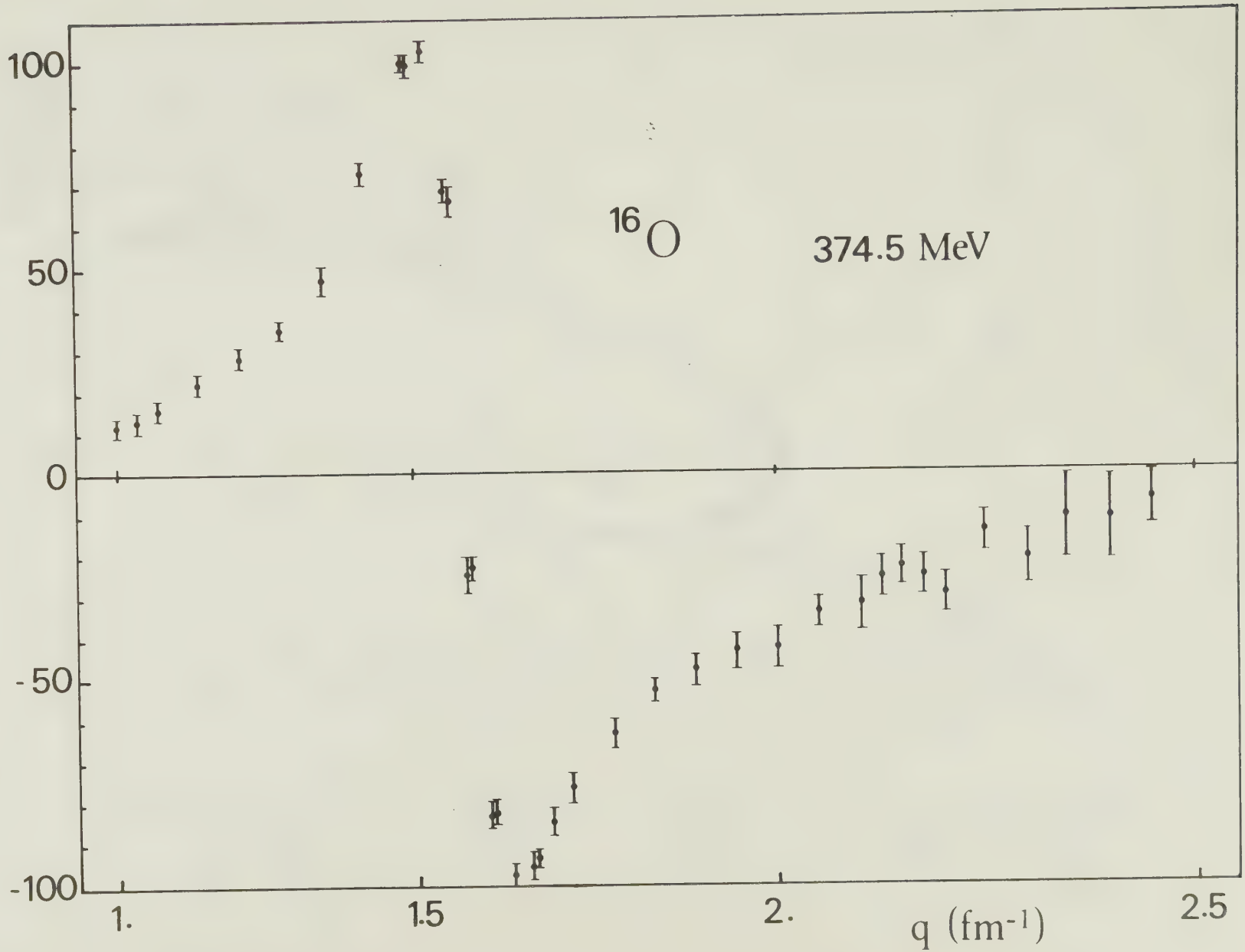


Fig. V-8

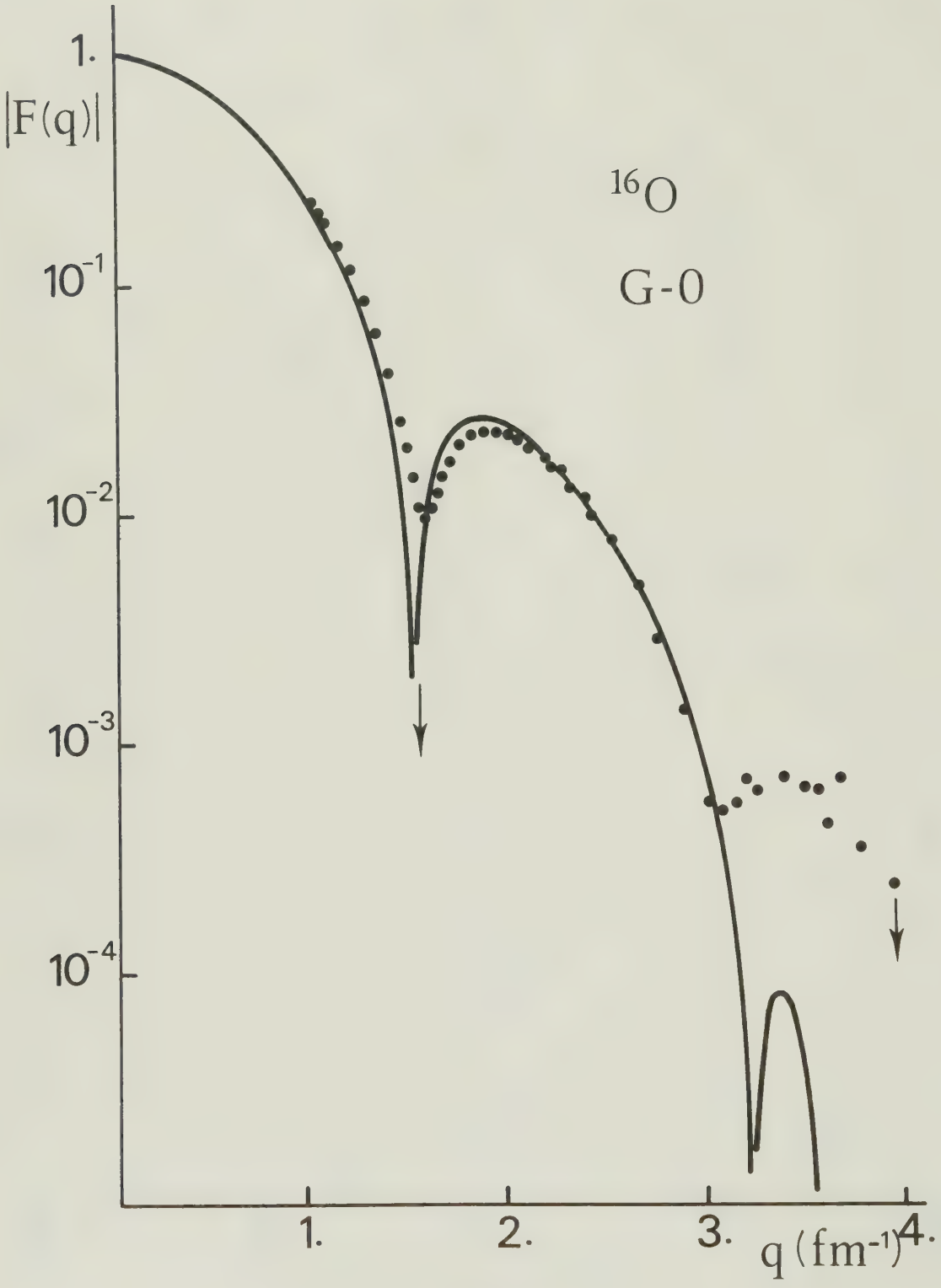


Fig. V-9

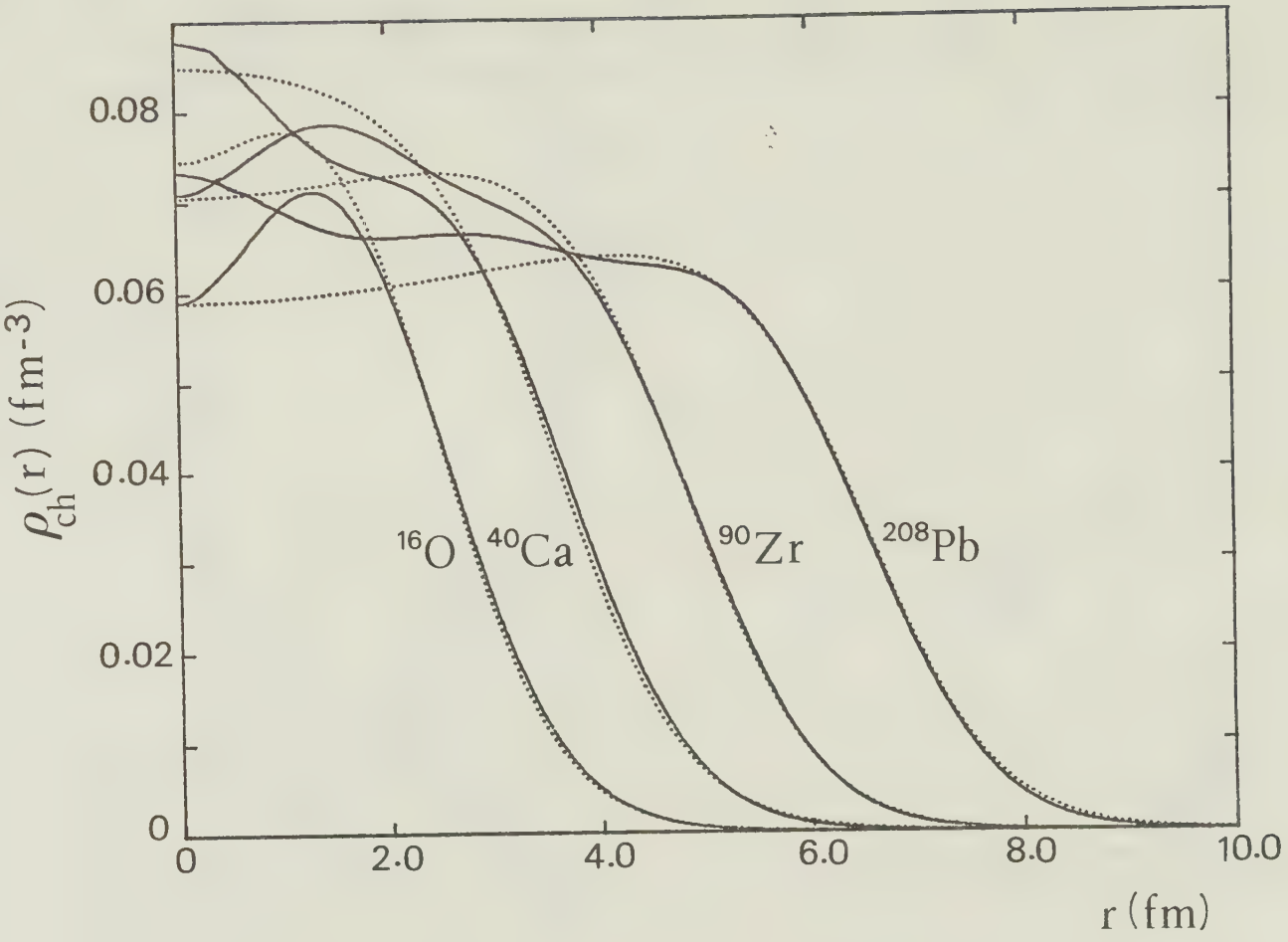

0.08
0.06
0.04
0.02
0
$\rho_{ch}(r)$ (fm^{-3})
^{16}O
^{40}Ca
^{90}Zr
^{208}Pb
0
2.0
4.0
6.0
8.0
10.0
r (fm)

Fig. V-10

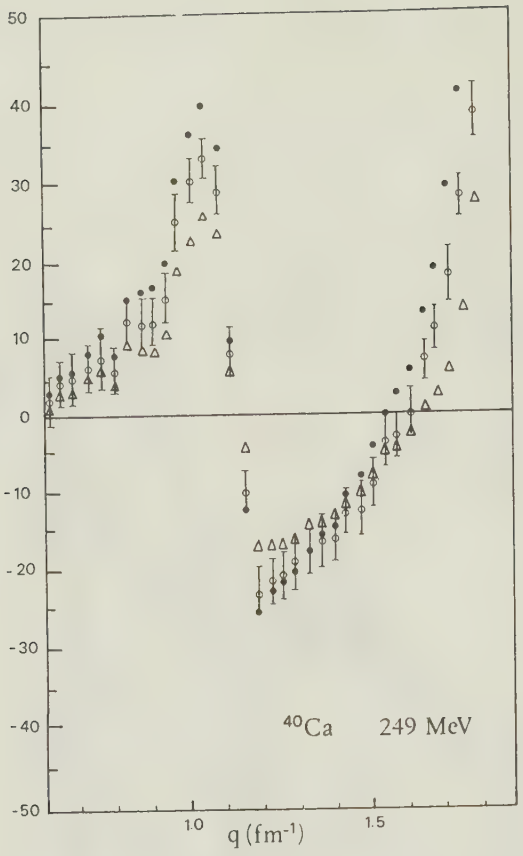


Fig. V-11

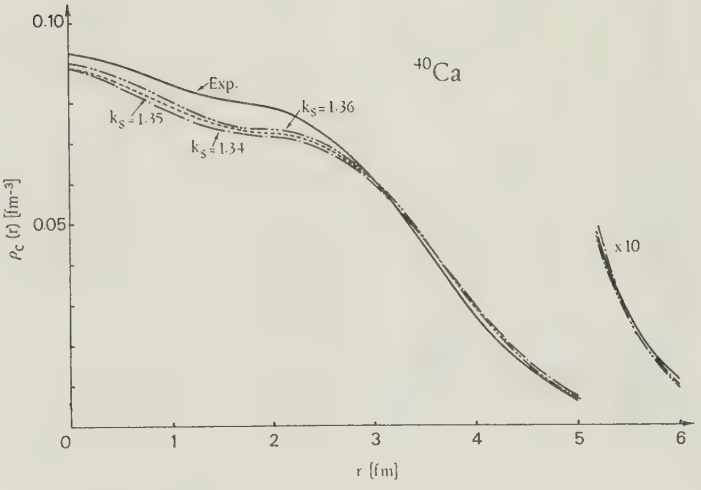


Fig. V-12

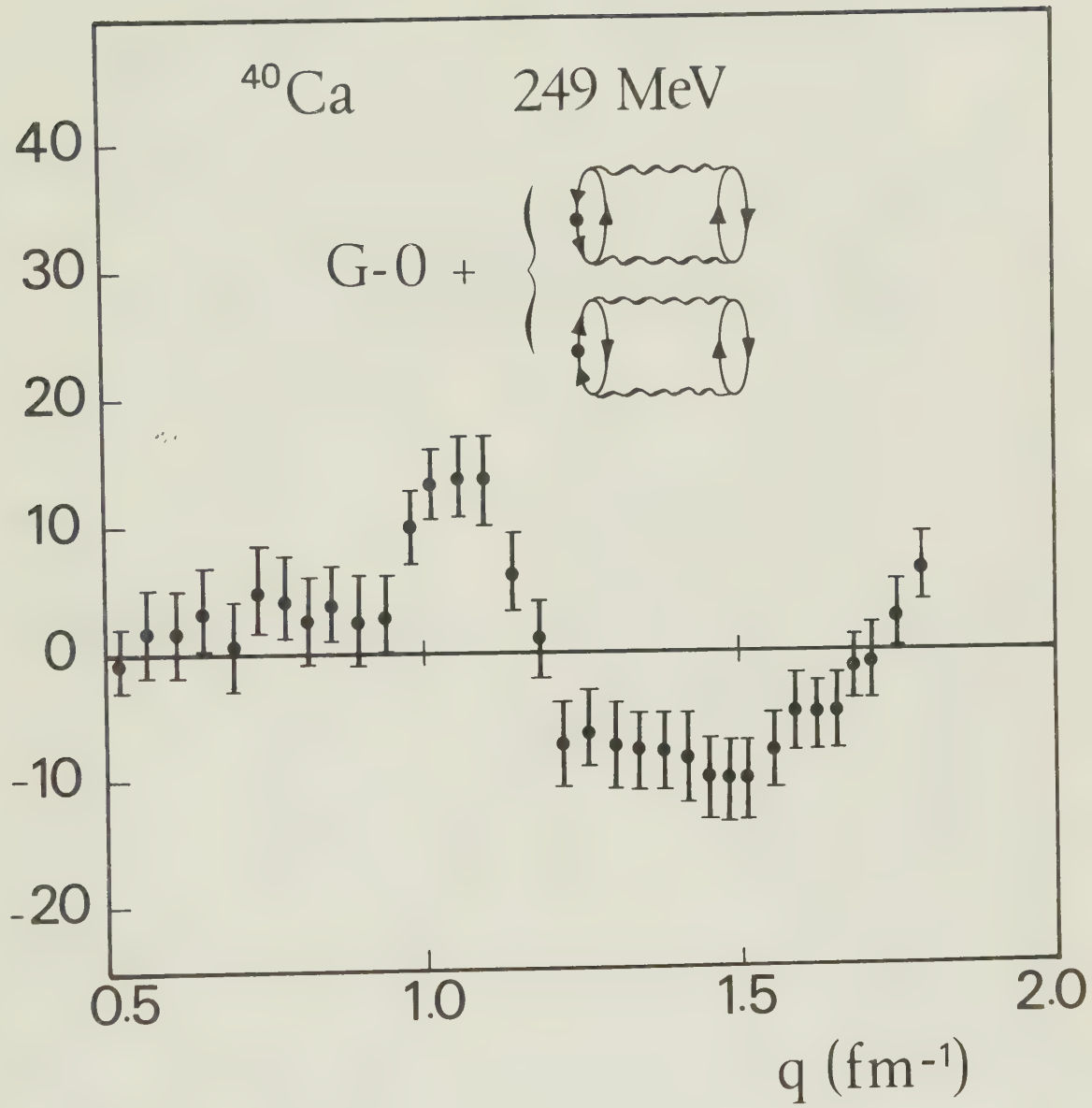


Fig. V-13

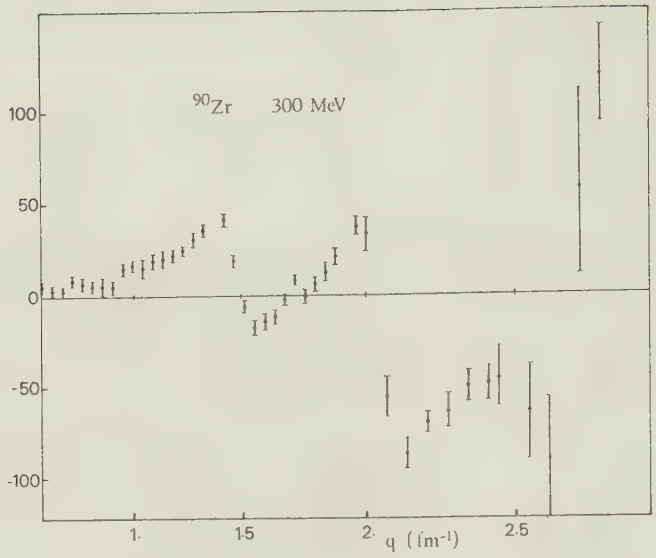


Fig. V-14

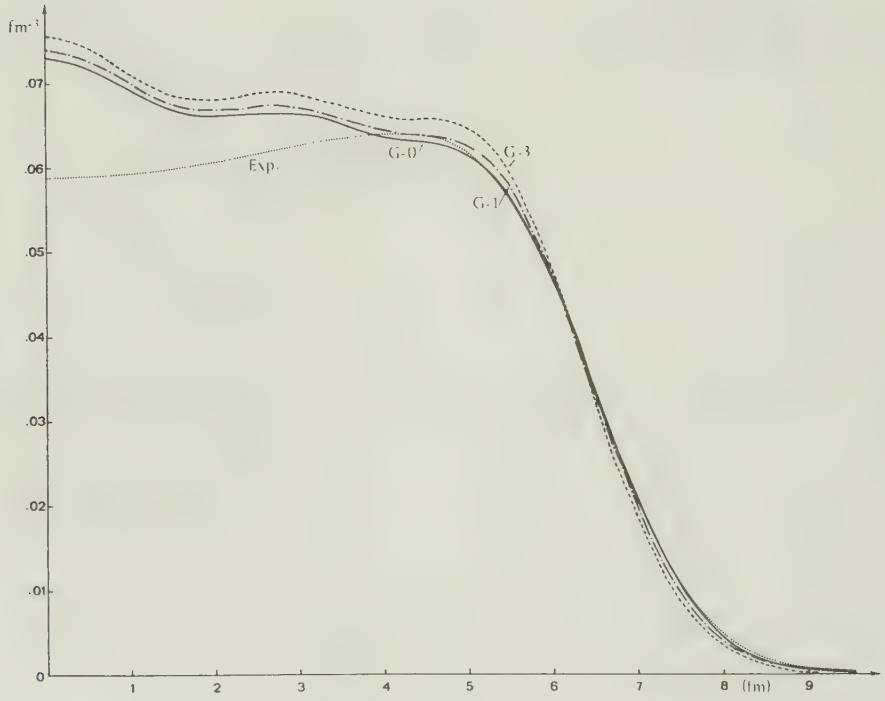


Fig. V-15

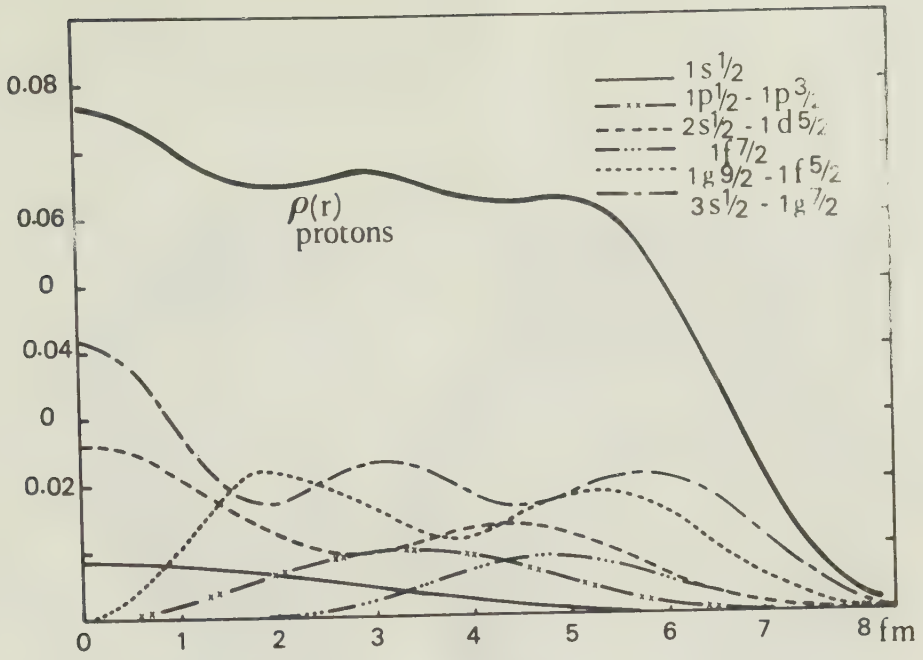


Fig. V-16

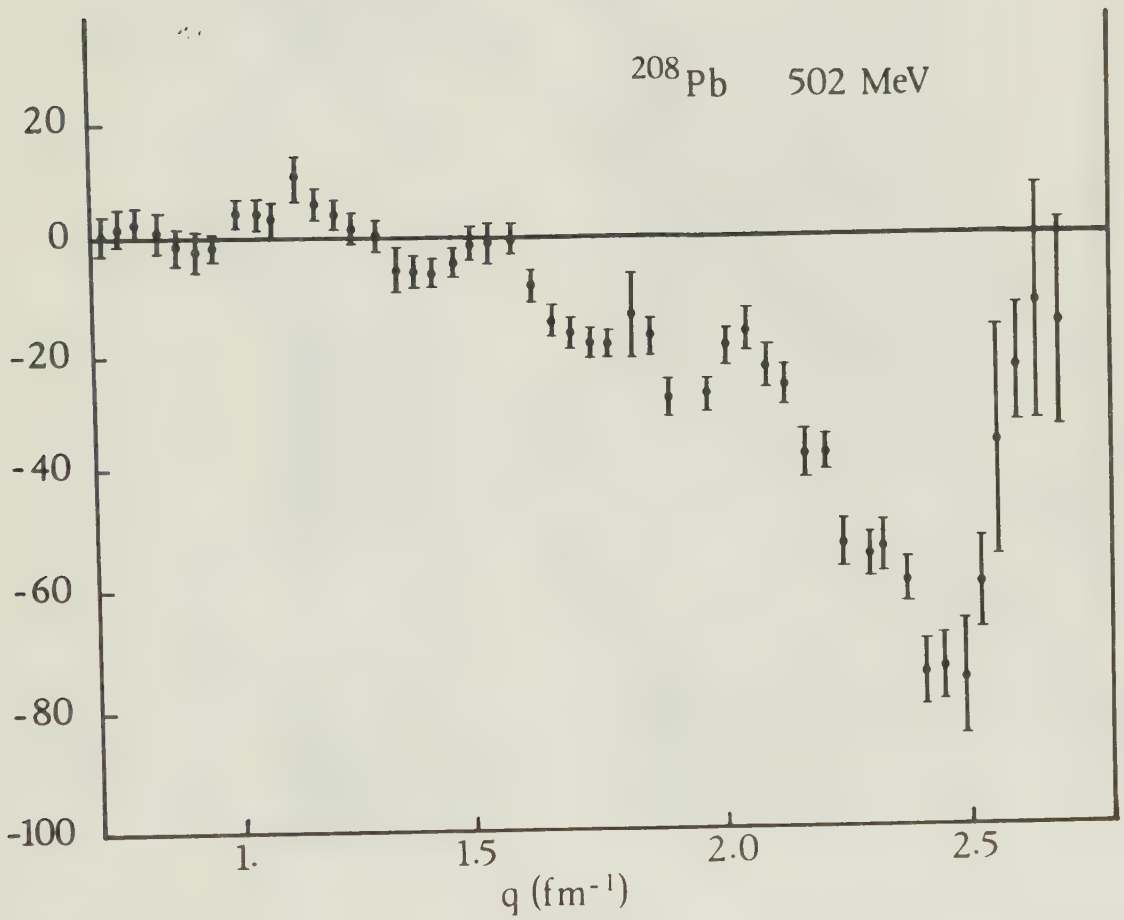


Fig. V-17

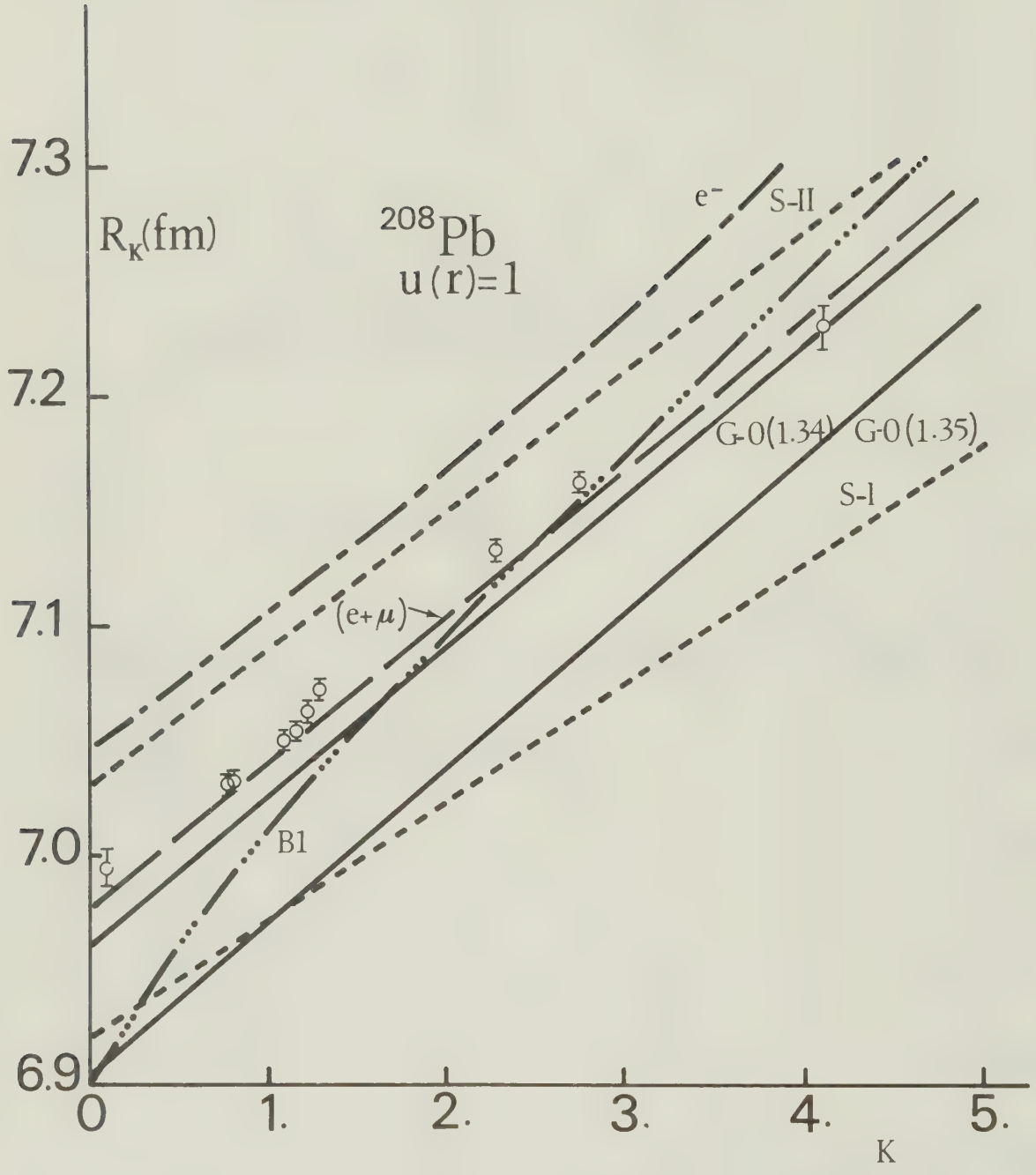


Fig. V-18

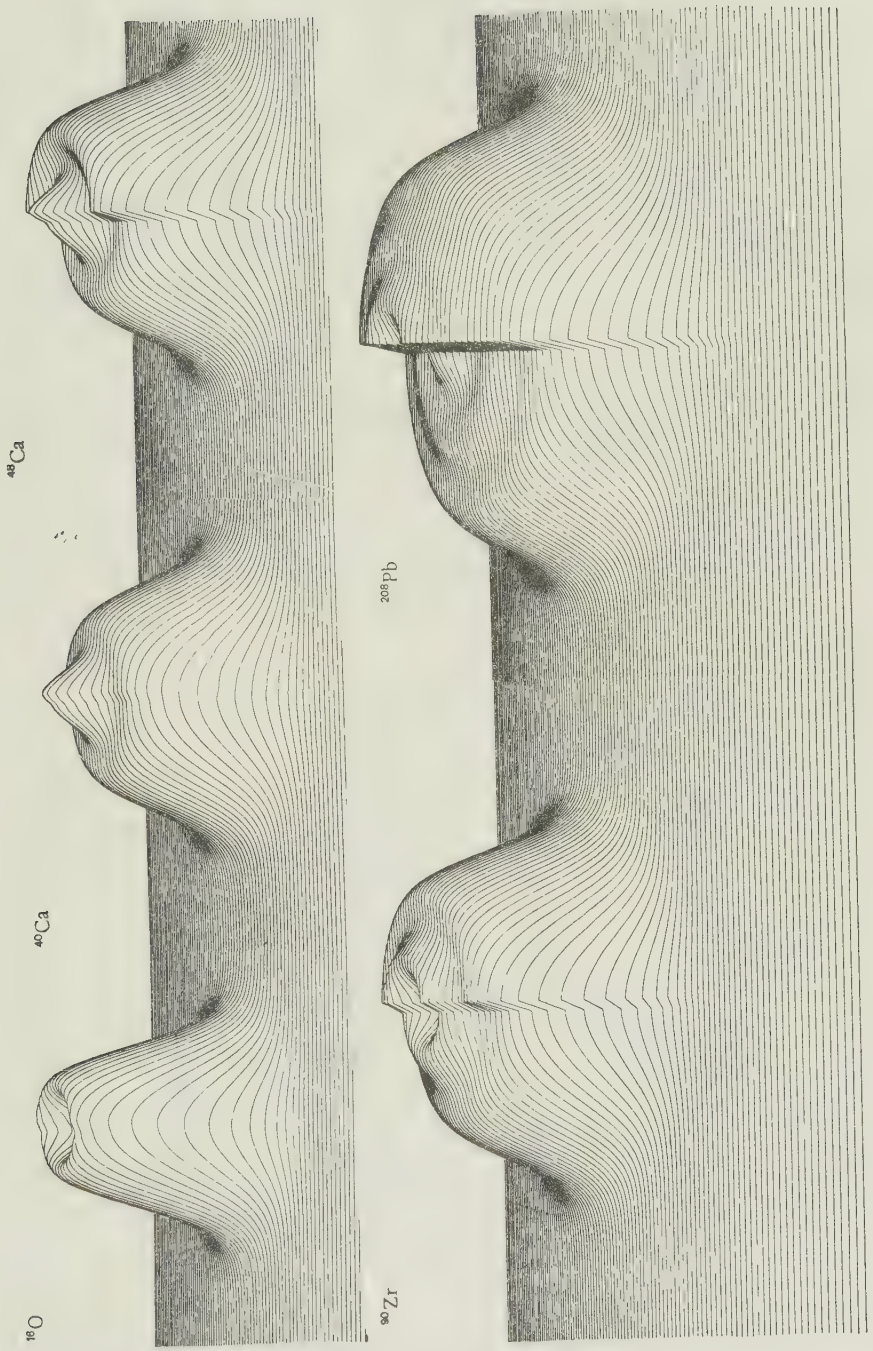


Fig. V-19

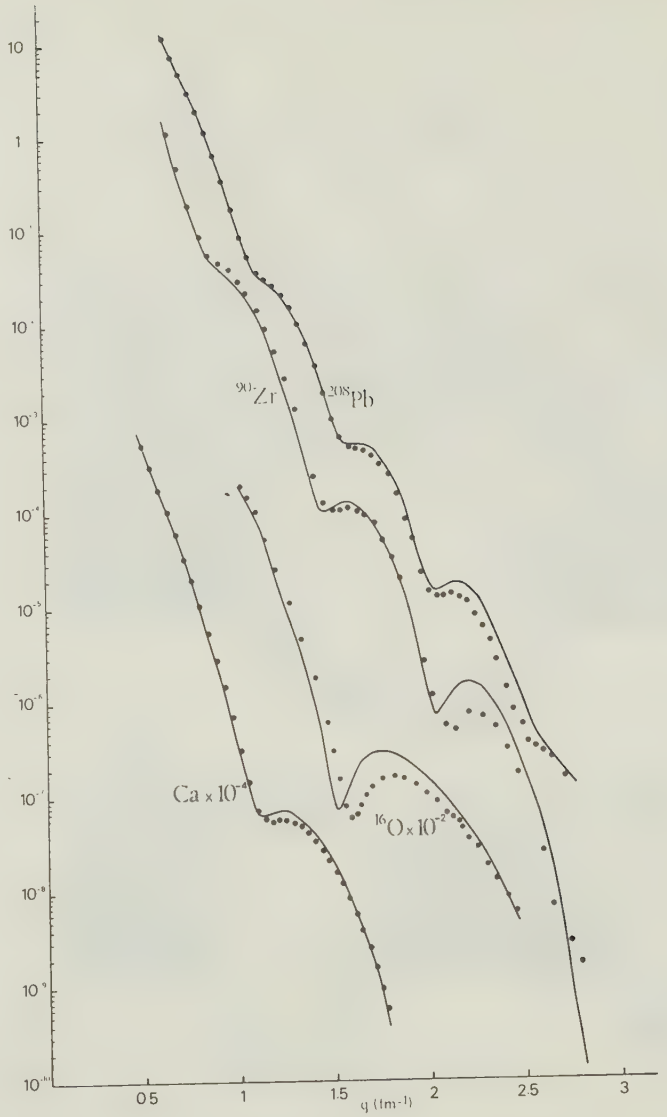


Fig. V-20

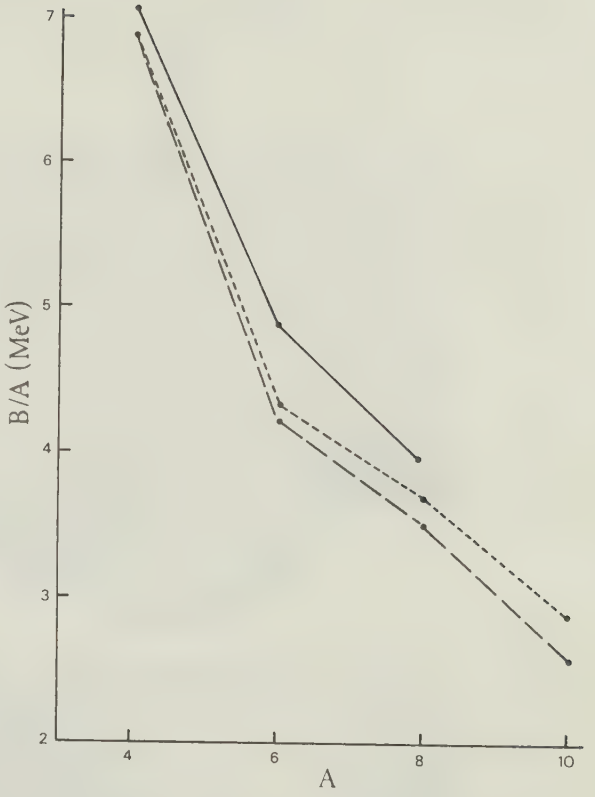


Fig. VI-1

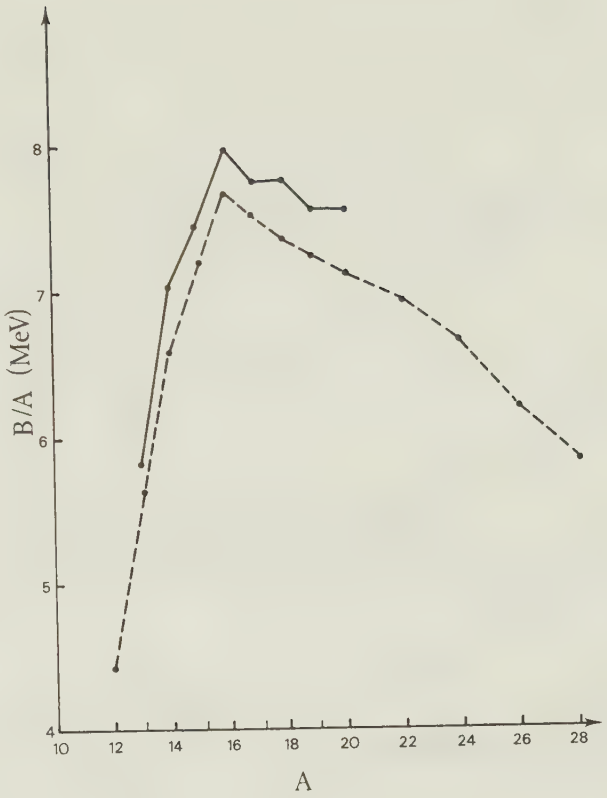


Fig. VI-2

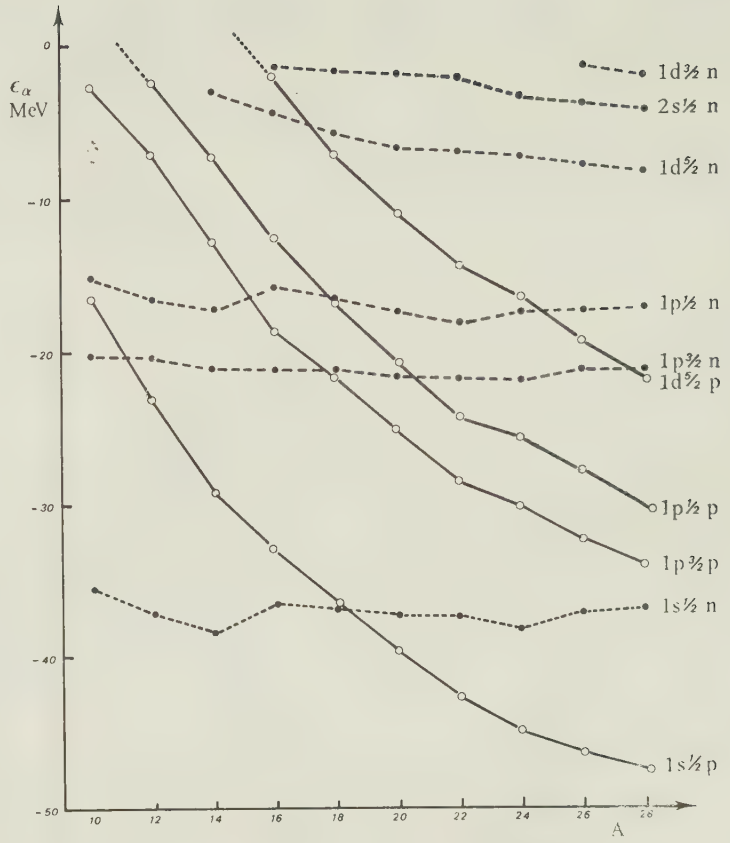


Fig. VI-3

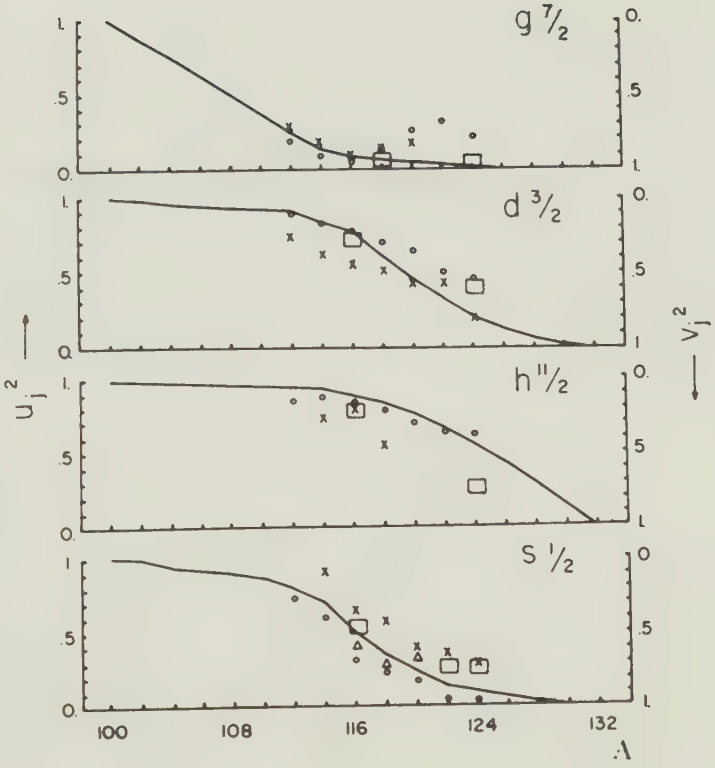


Fig. VI-4

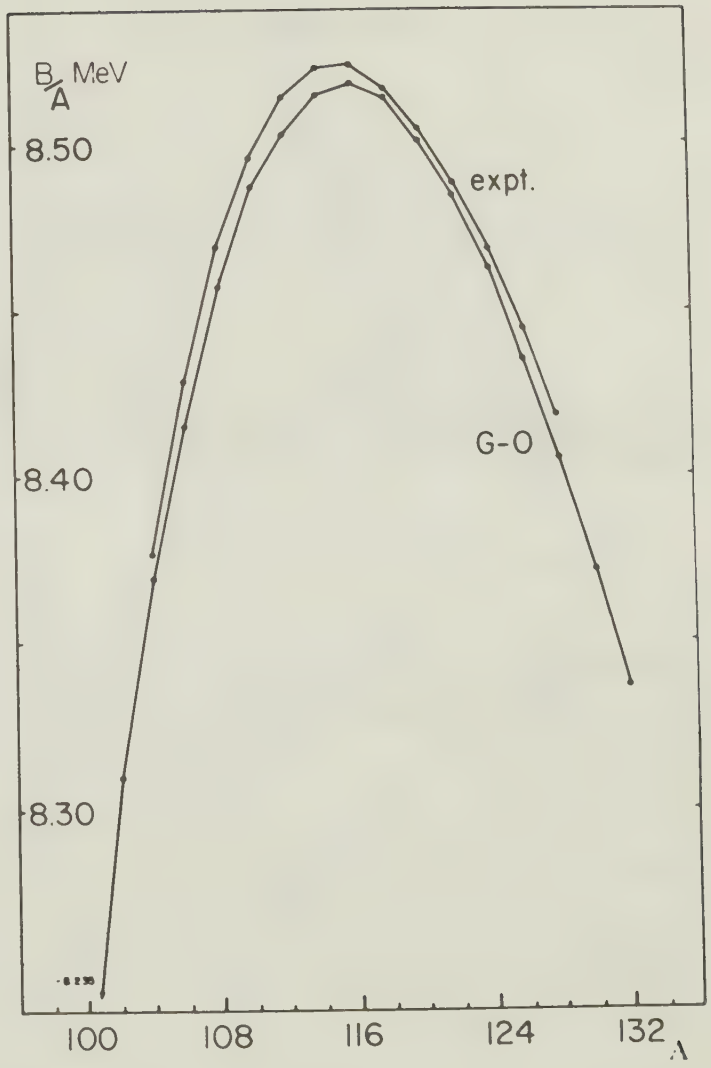


Fig. VI-5

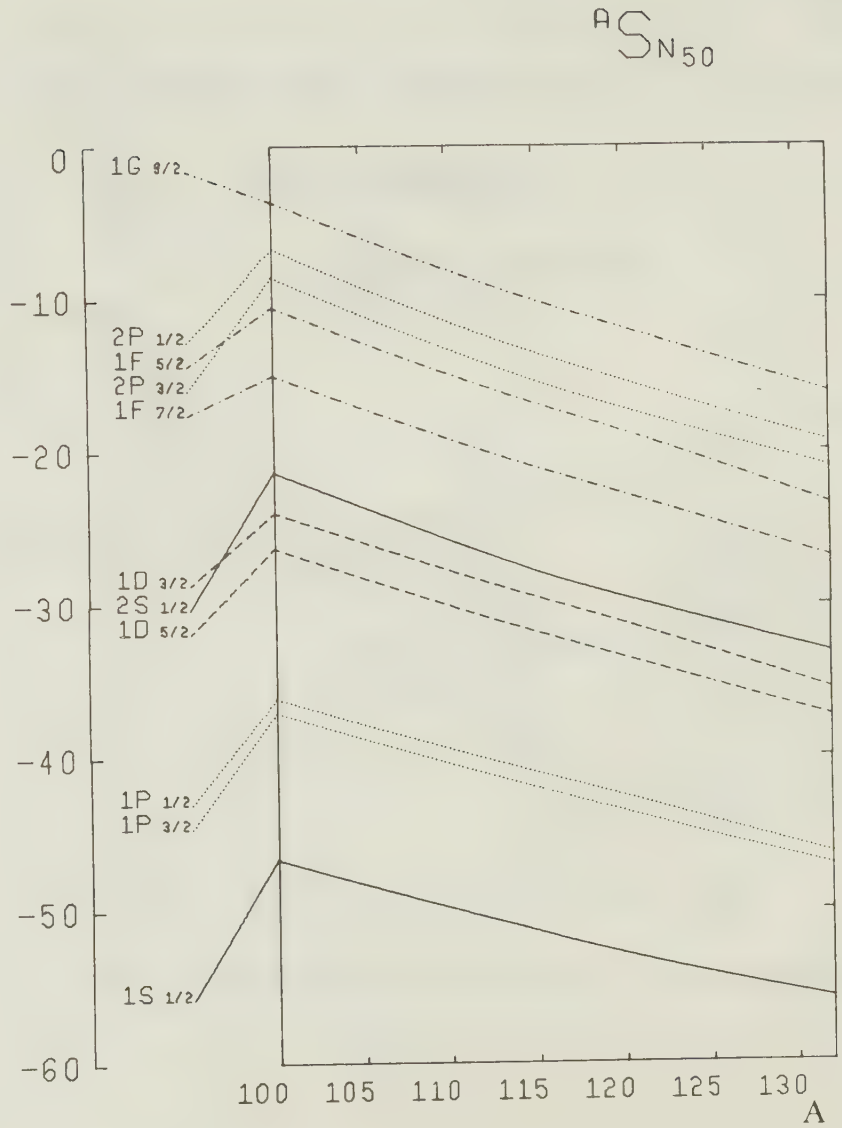


Fig. VI-6

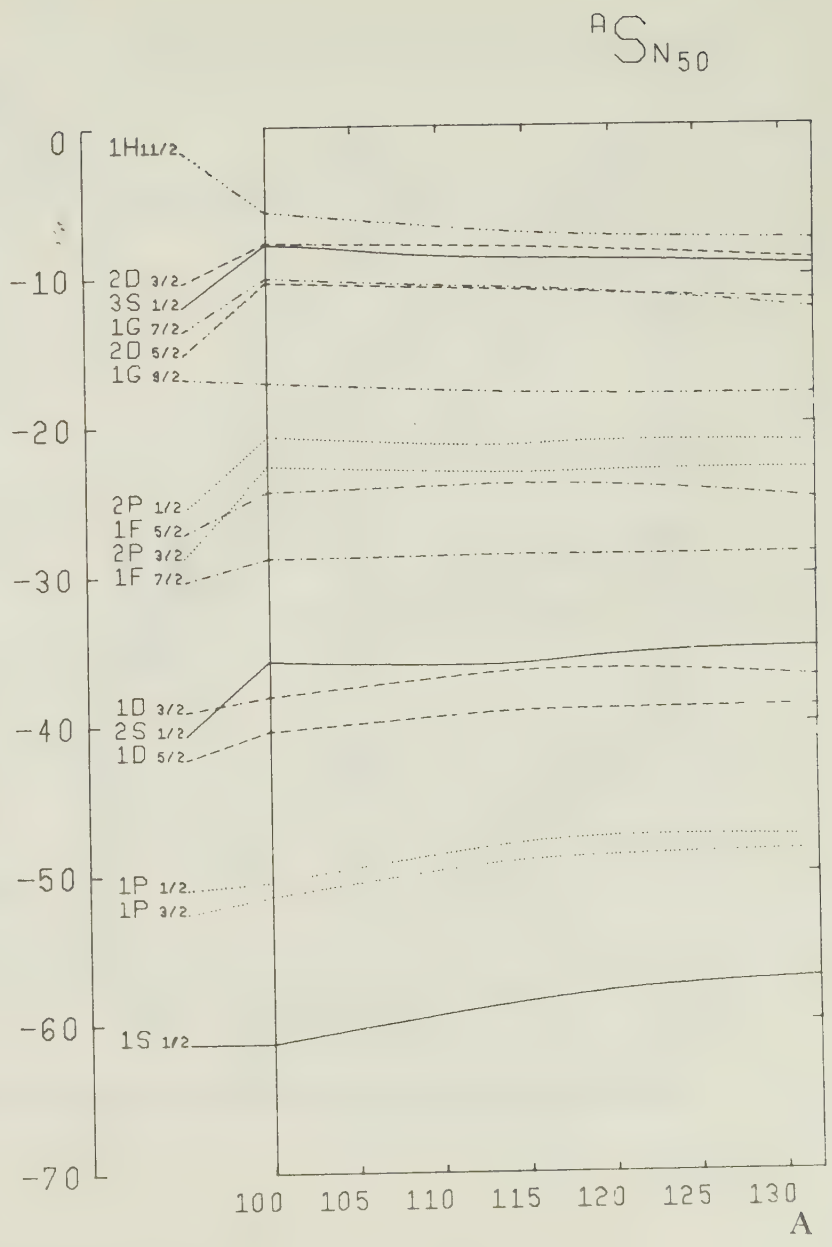


Fig. VI-7

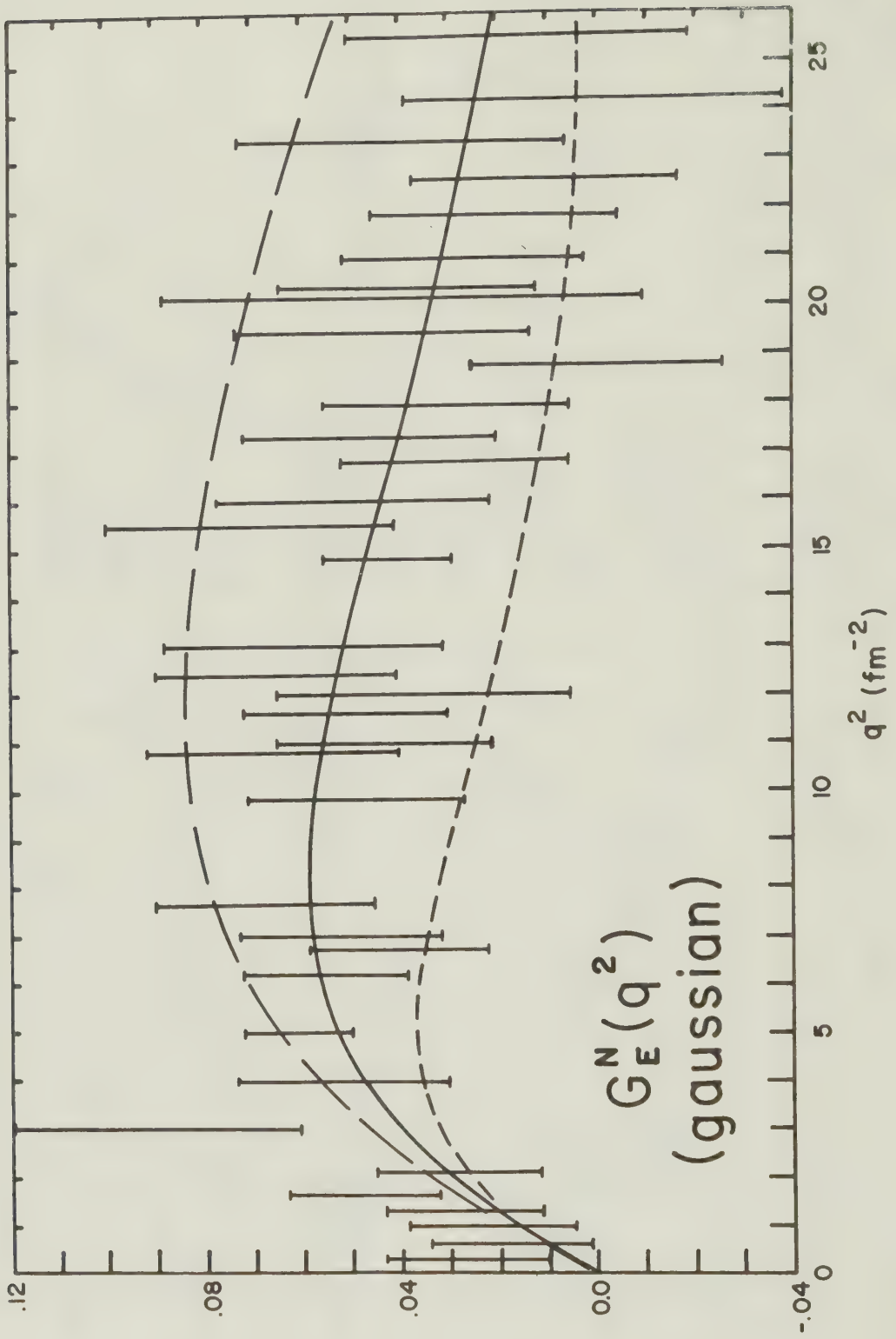


Fig. VI-8

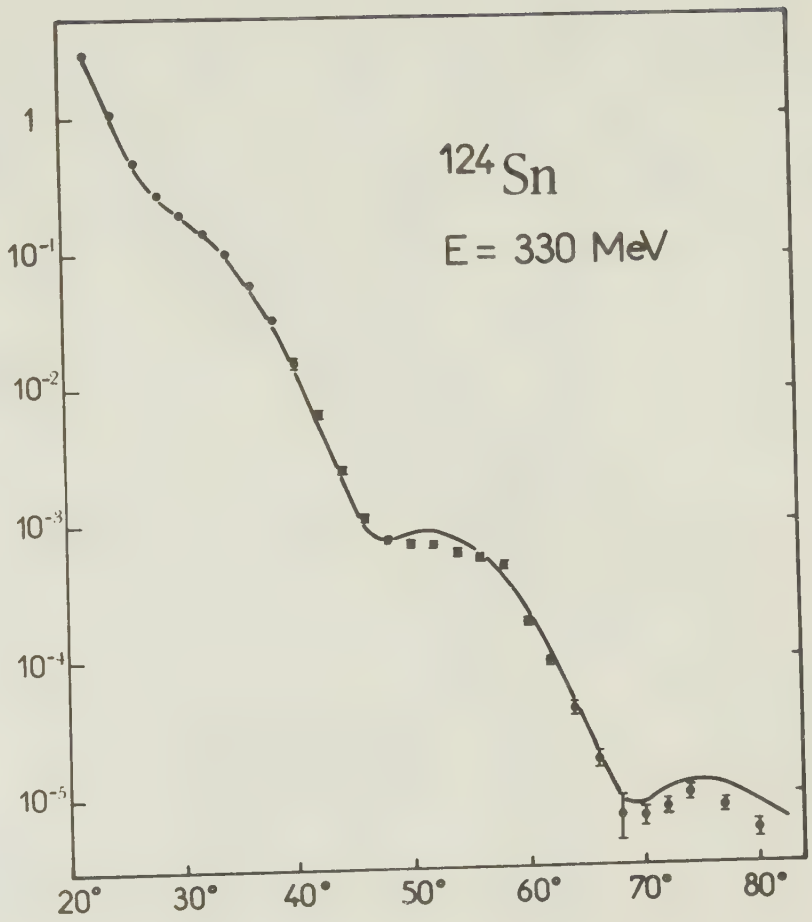


Fig. VI-9

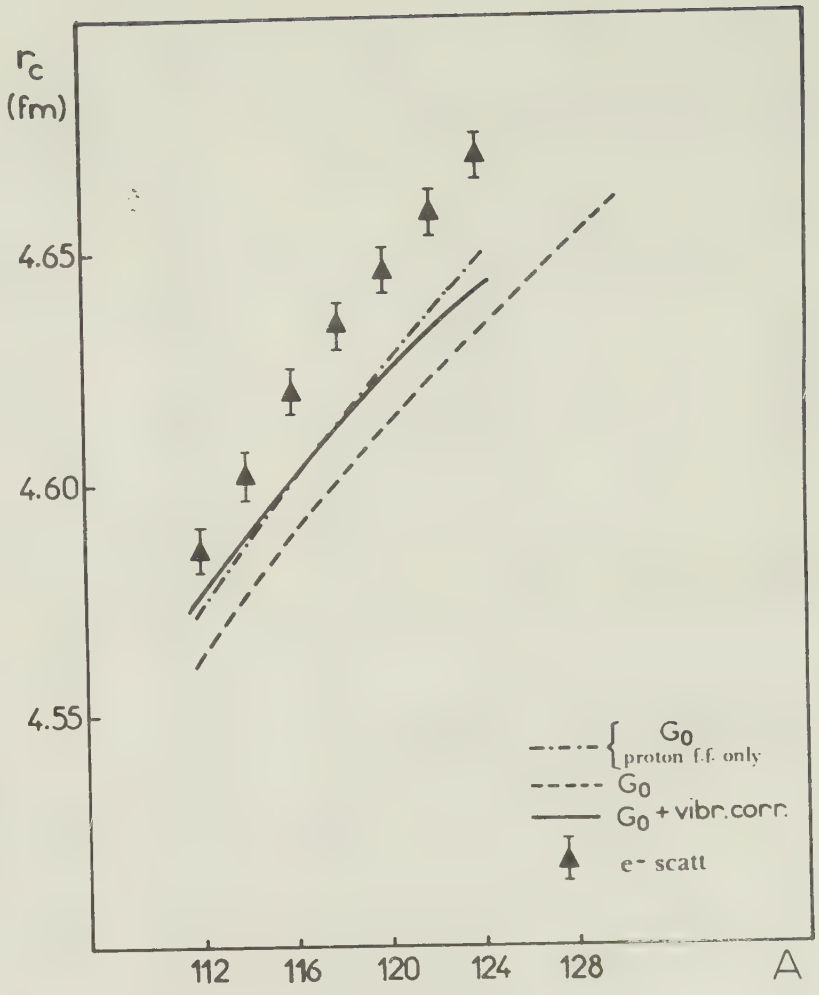


Fig VI-10

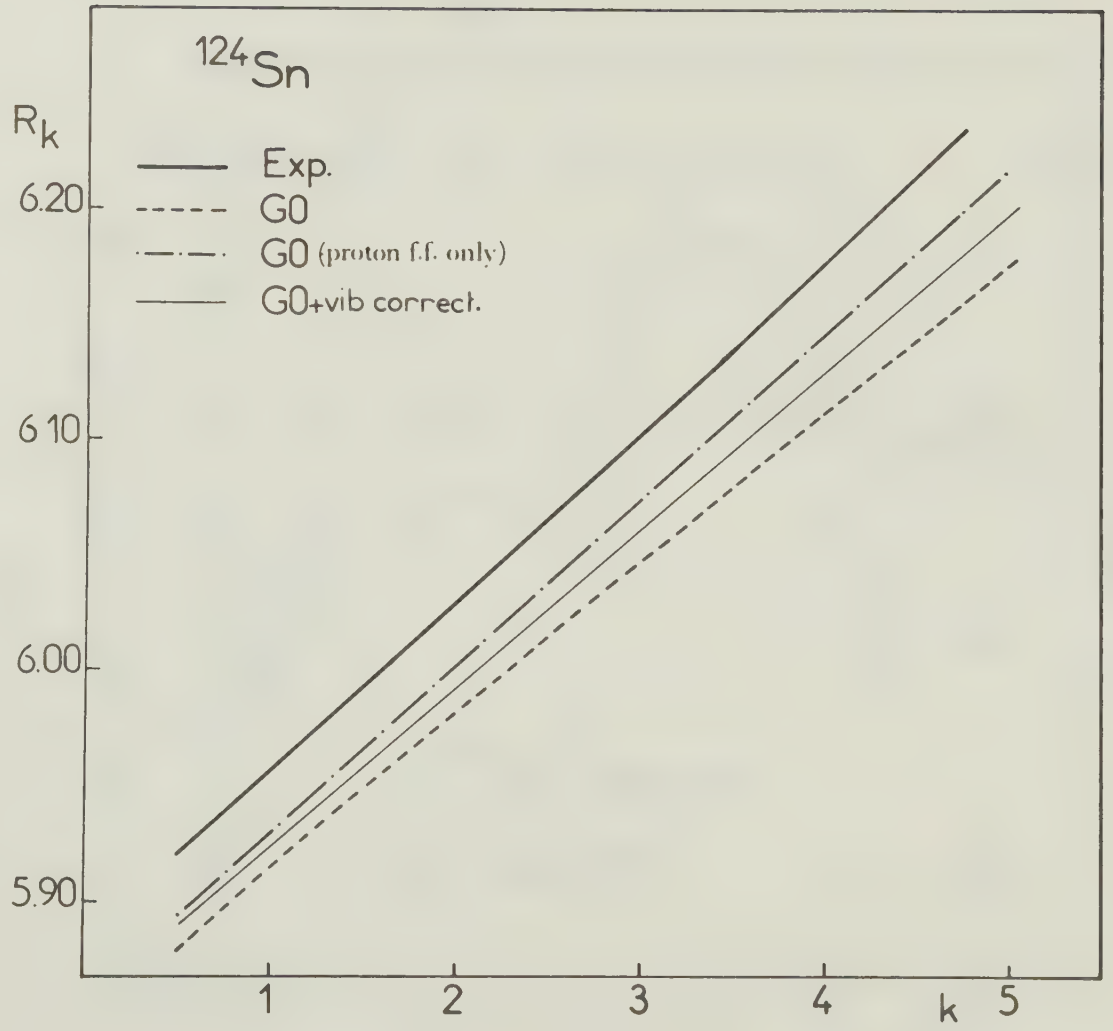


Fig. VI-11

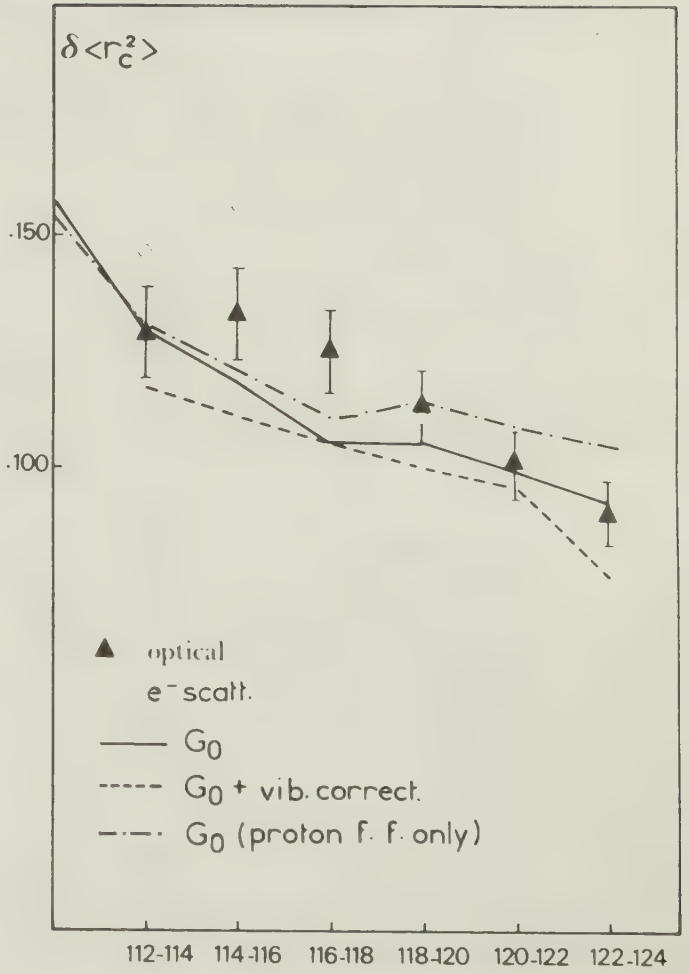


Fig. VI-12

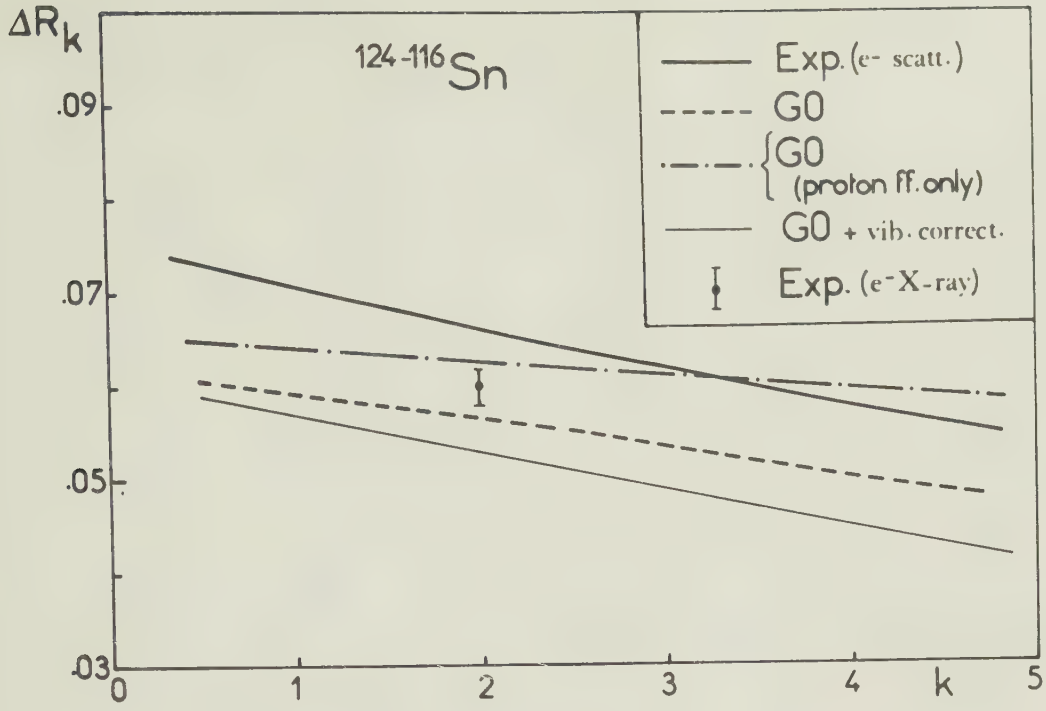


Fig. VI-13

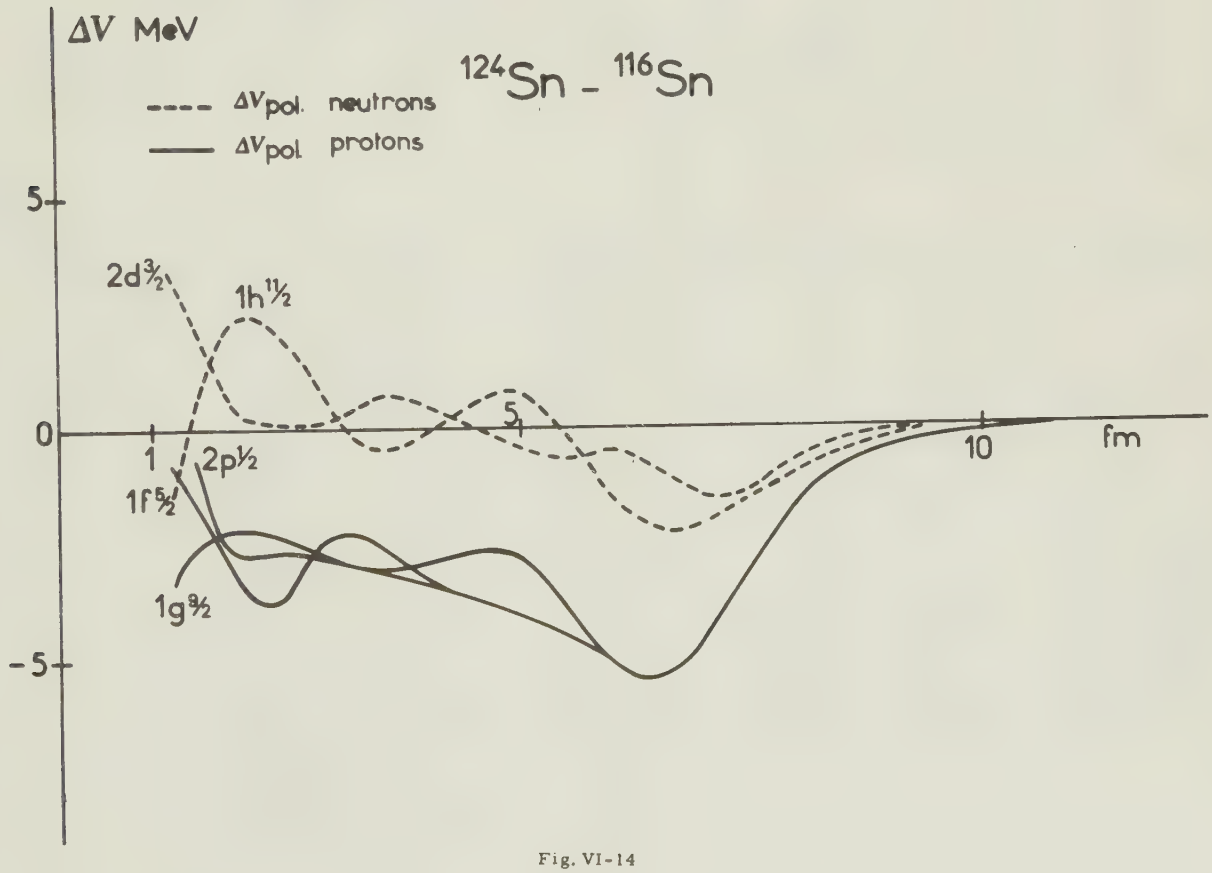


Fig. VI-14

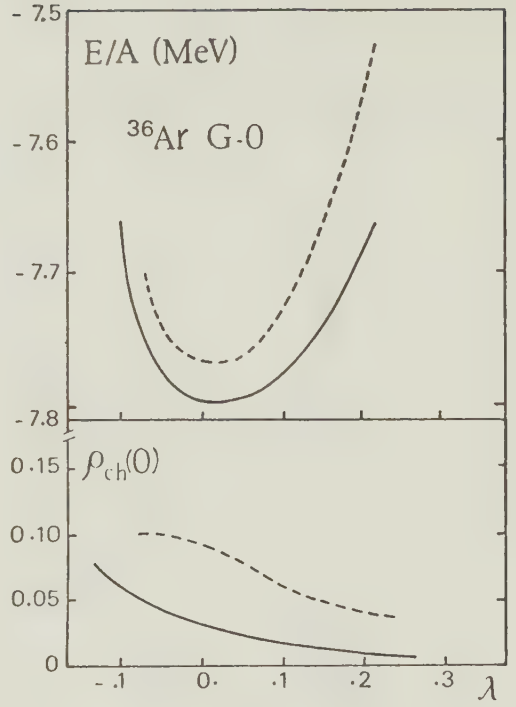


Fig. VII-1

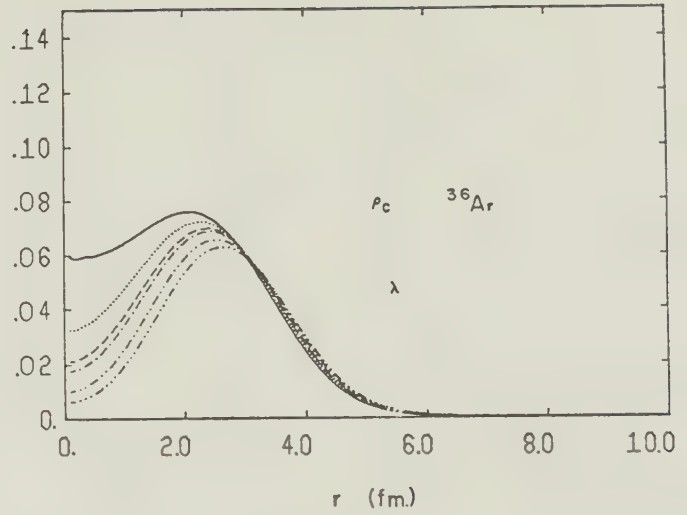


Fig. VII-2

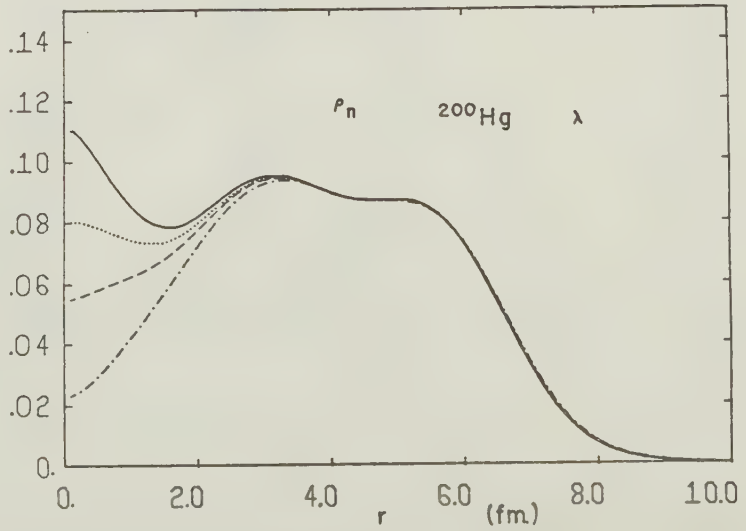


Fig. VII-3

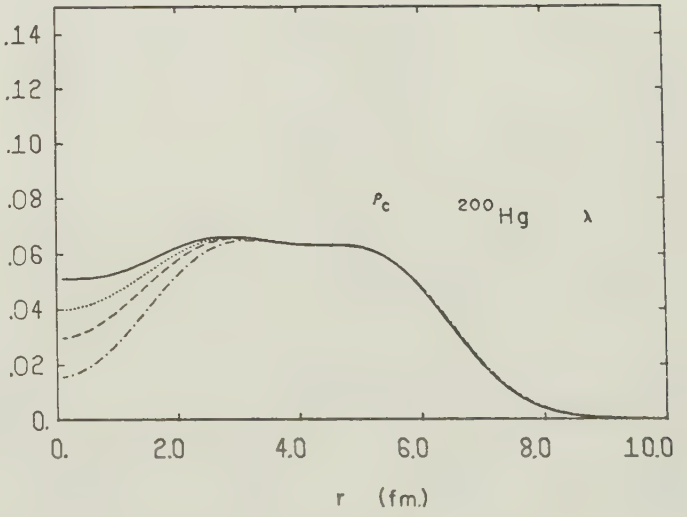


Fig. VII-4

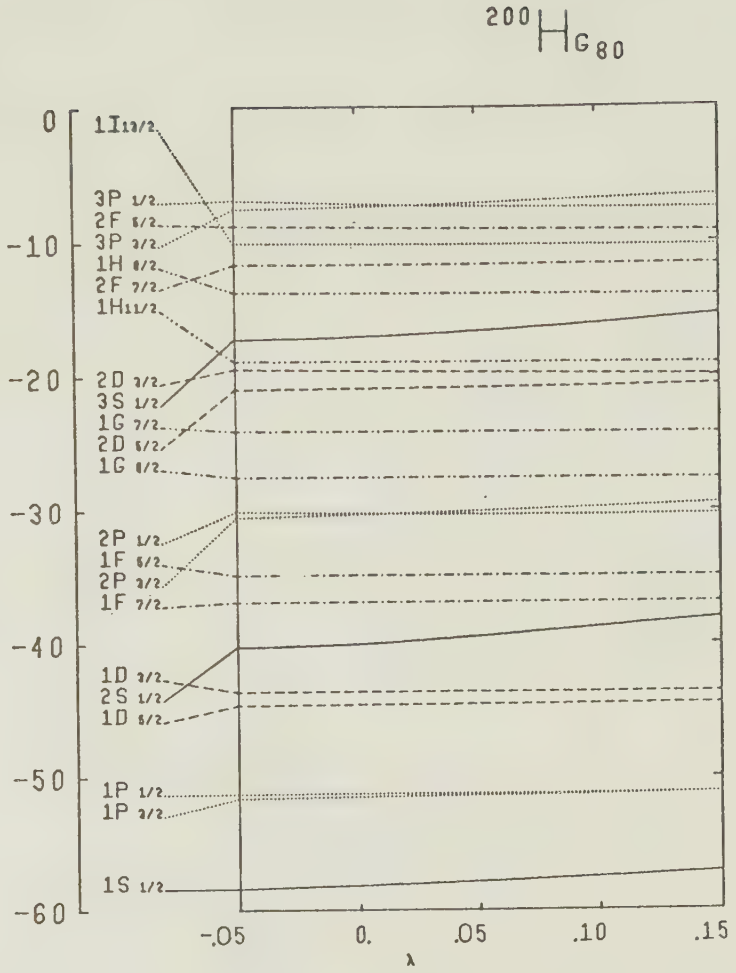


Fig. VII-5

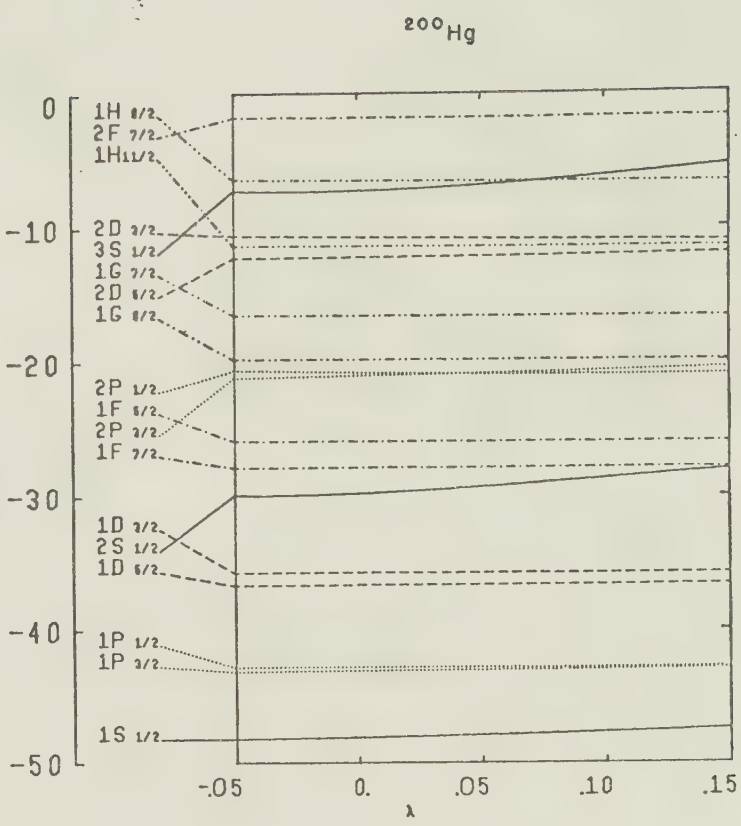


Fig. VII-6

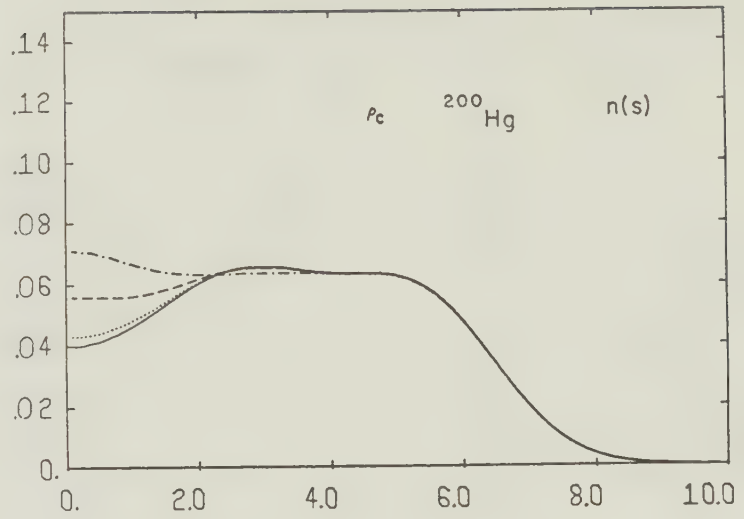


Fig. VII-7

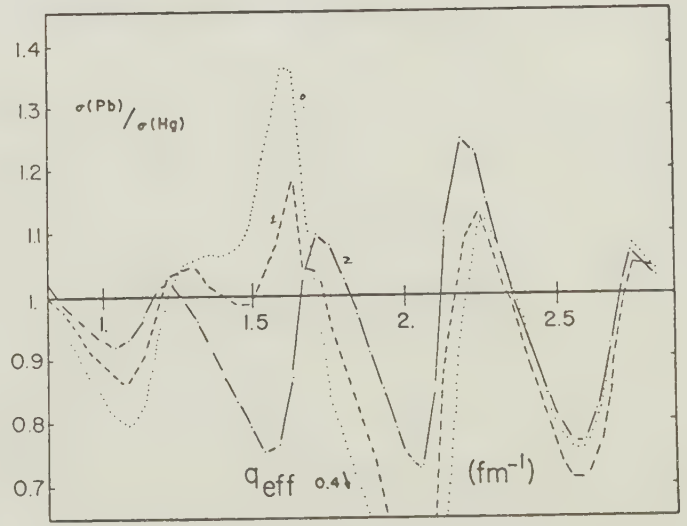


Fig. VII-8

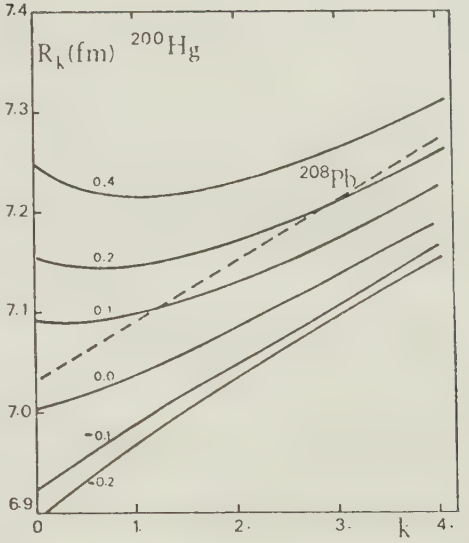
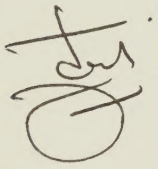


Fig. VII-9

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données

Vu et approuvé :

Orsay, le 30 novembre 19 73

Le Vice-Président du Centre d'Orsay :